

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce na naklejkę.*  
Sprawdź, czy kod na naklejce to  
**E-400.**

**EGZAMIN MATURALNY**  
**MATEMATYKA – POZIOM PODSTAWOWY**  
**TEST DIAGNOSTYCZNY**

TERMIN: **marzec 2021 r.**  
CZAS PRACY: **do 255 minut**  
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **45**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- nieprzenoszenia  
zaznaczeń na kartę
- dostosowania  
zasad oceniania
- dostosowania w zw.  
z dyskalkulią.



EMAP-P0-**400**-2103

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 50 stron (zadania 1–35). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (29–35) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.

4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Nie wypełniaj karty odpowiedzi dołączonej do arkusza.
9. W zadaniach od 1. do 28. są podane cztery odpowiedzi: A, B, C, D. Tylko jedna z nich jest poprawna. Wybierz ją i zaznacz odpowiednią literę znakiem **X**, np.:

A.

~~B.~~

C.

D.

Jeśli się pomylisz, otocz znak **X** kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

A.

~~B.~~

D.

**Zadania są wydrukowane na następnej stronie.**

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba  $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{3}$  jest równa

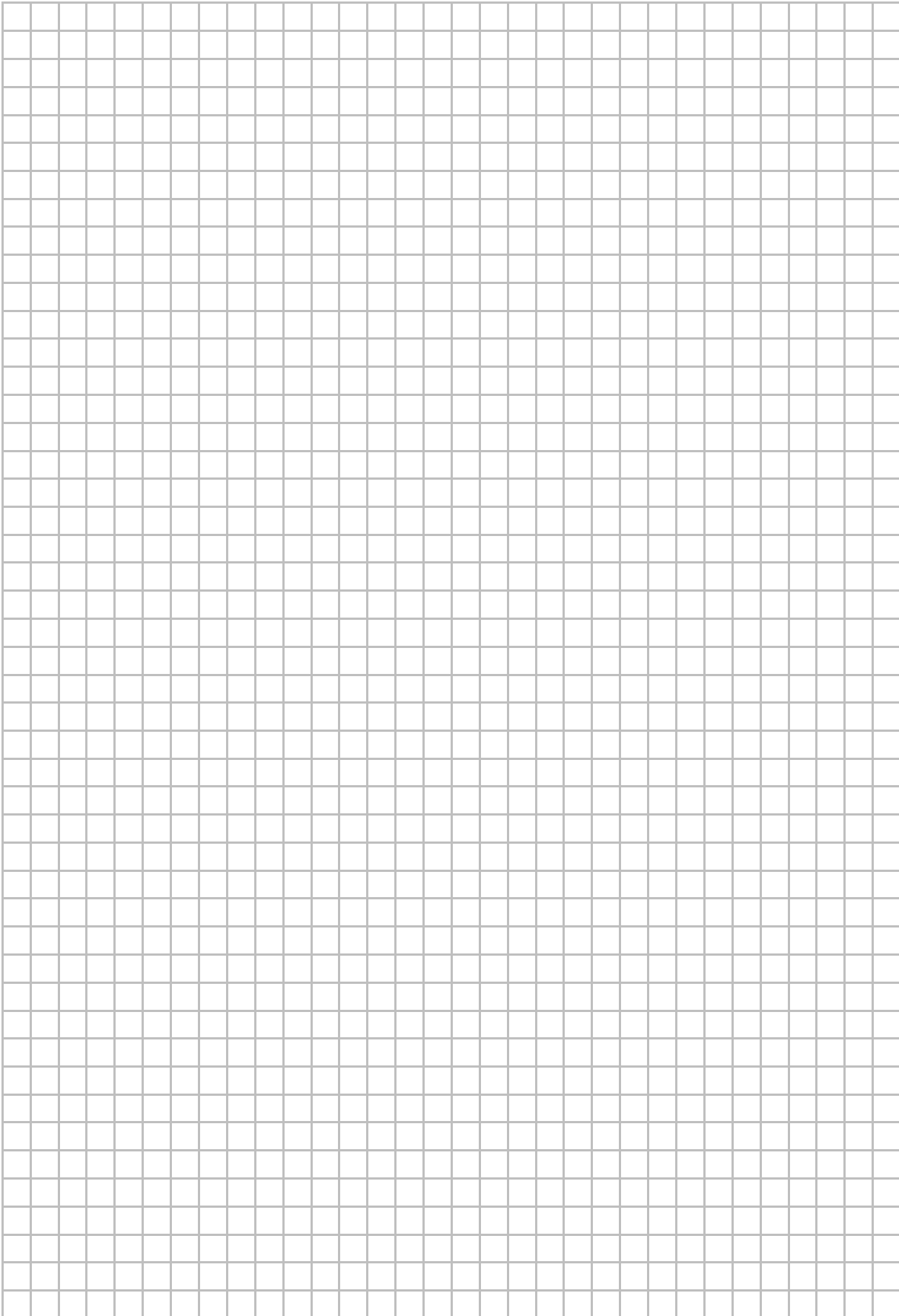
- A.  $8 - 6\sqrt{3}$
- B.  $8 - 2\sqrt{3}$
- C.  $4 - 2\sqrt{3}$
- D.  $8 - 4\sqrt{3}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Liczba  $2 \log_5 4 - 3 \log_5 \frac{1}{2}$  jest równa

- A.  $-\log_5 \frac{7}{2}$
- B.  $7 \log_5 2$
- C.  $-\log_5 2$
- D.  $\log_5 2$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 3. (0–1)**

Medyczna maseczka ochronna wielokrotnego użytku z wymiennymi filtrami wskutek podwyżki zdrożała o 40% i kosztuje obecnie 106,40 zł.

Cena maseczki przed podwyżką była równa

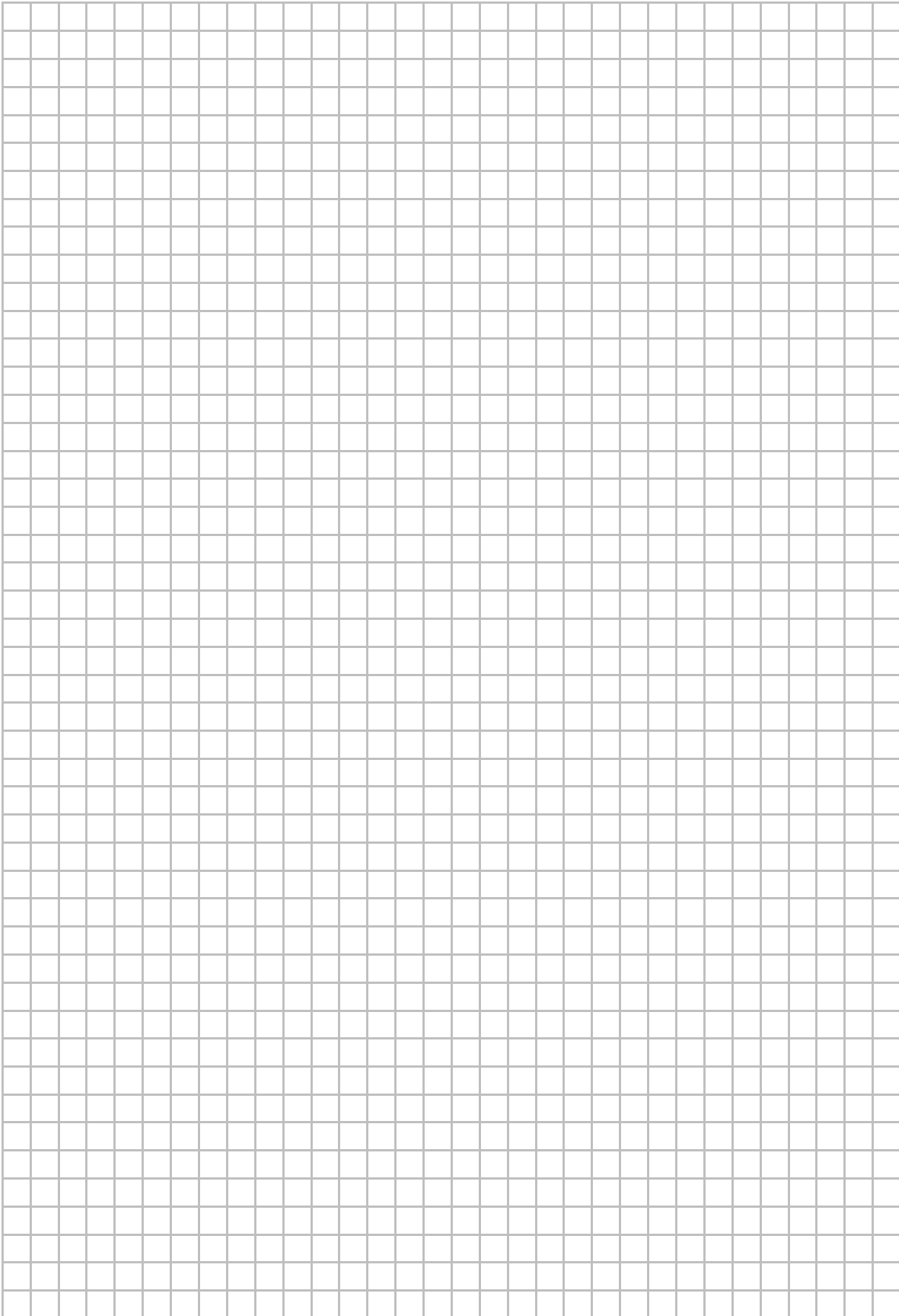
- A. 63,84 zł
- B. 65,40 zł
- C. 76,00 zł
- D. 66,40 zł

**Zadanie 4. (0–1)**

Dla każdej dodatniej liczby  $b$  wyrażenie  $(\sqrt[2]{b} \cdot \sqrt[4]{b})^{\frac{1}{3}}$  jest równe

- A.  $b^2$
- B.  $b^{0,25}$
- C.  $b^{\frac{8}{3}}$
- D.  $b^{\frac{4}{3}}$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 5. (0–1)**

Para liczb  $x = 1, y = -3$  spełnia układ równań

$$\begin{cases} x - y = a^2 \\ (1 + a)x - 3y = -4a \end{cases}$$

Wtedy  $a$  jest równe

- A. 2
- B. -2
- C.  $\sqrt{2}$
- D.  $-\sqrt{2}$

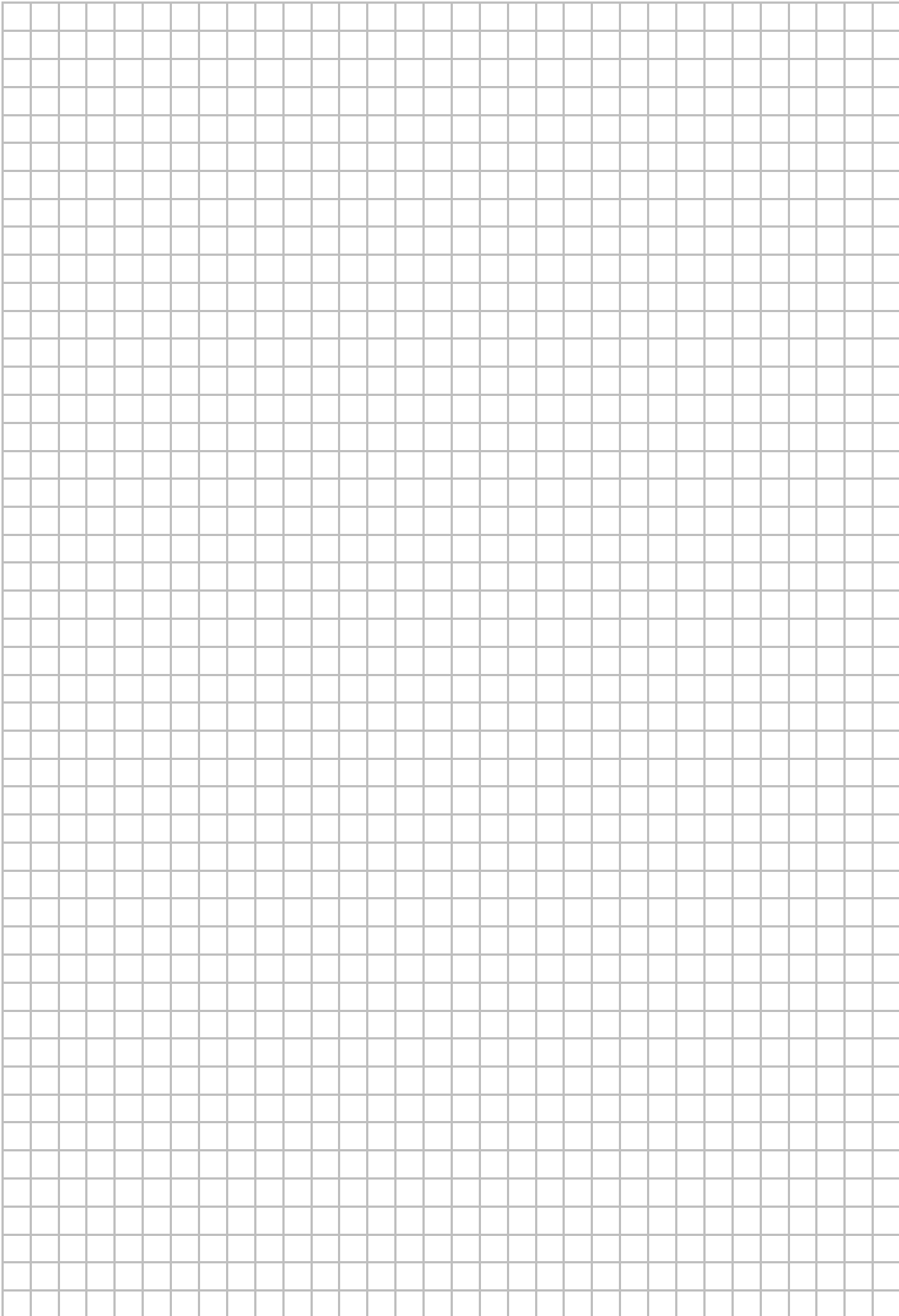
**Zadanie 6. (0–1)**

Iloczyn wszystkich rozwiązań równania  $2(x - 4)(x^2 - 1) = 0$  jest równy

- A. -8
- B. -4
- C. 4
- D. 8



**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 7. (0–1)**

Zbiorem rozwiązań nierówności  $\frac{12-5x}{2} < 3\left(1 - \frac{1}{2}x\right) + 7x$  jest

- A.  $\left(-\infty, \frac{2}{7}\right)$
- B.  $\left(\frac{2}{7}, +\infty\right)$
- C.  $\left(-\infty, \frac{3}{8}\right)$
- D.  $\left(\frac{3}{8}, +\infty\right)$

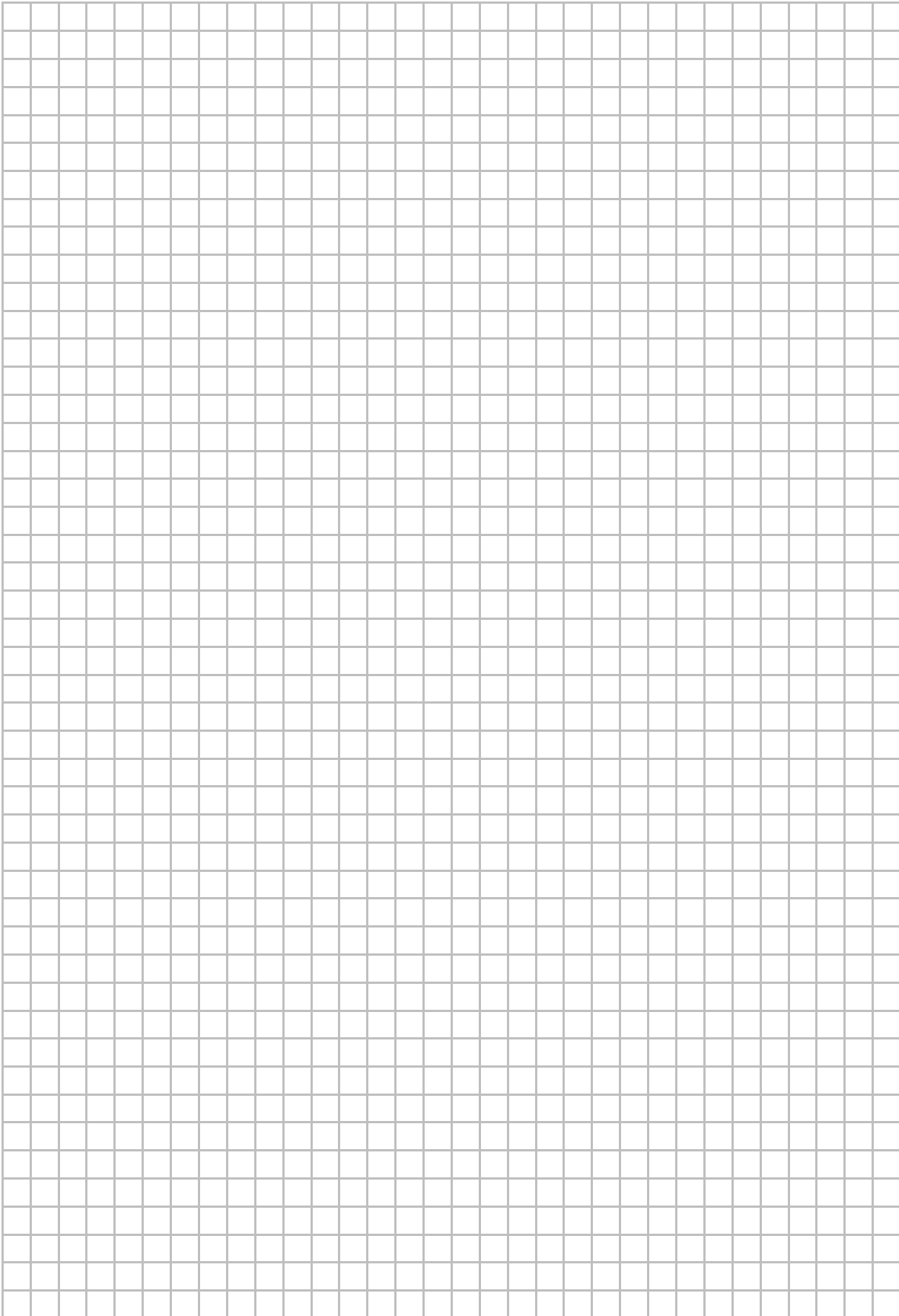
**Zadanie 8. (0–1)**

Funkcja liniowa  $f(x) = (a - 1)x + 3$  osiąga wartość najmniejszą równą 3.

Wtedy

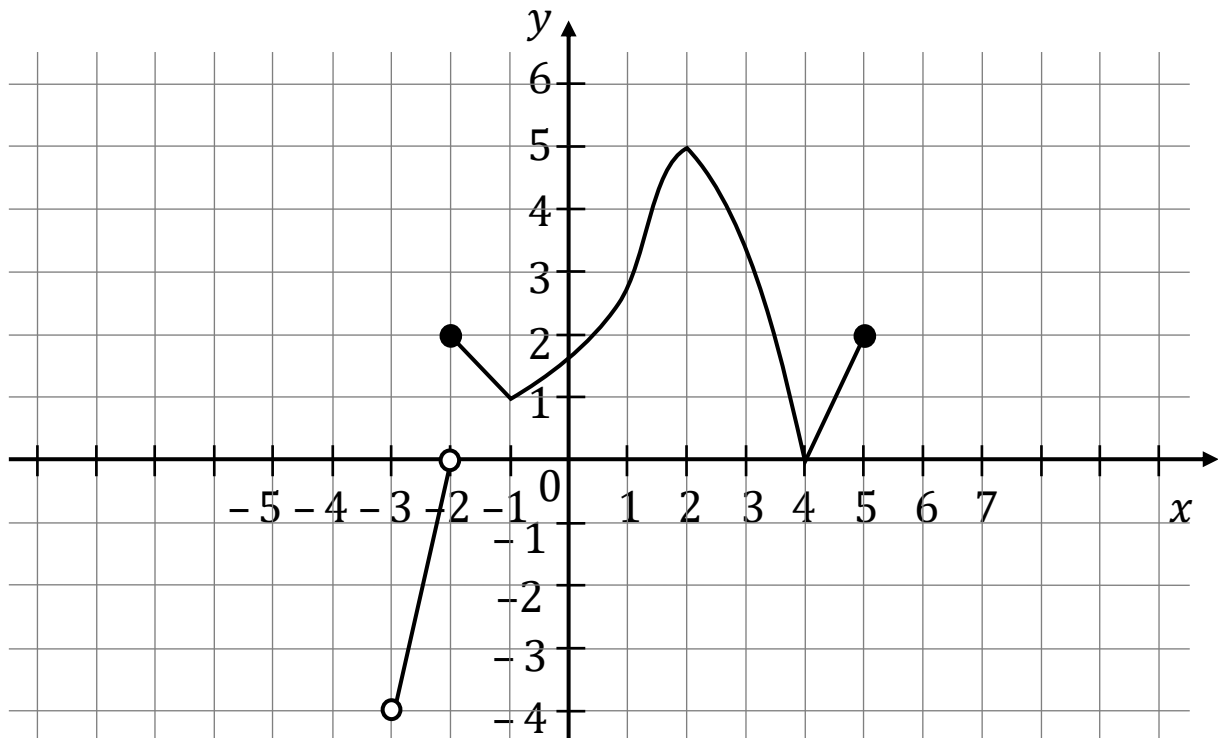
- A.  $a = -1$
- B.  $a = 0$
- C.  $a = 1$
- D.  $a = 3$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



### Zadanie 9. (0–1)

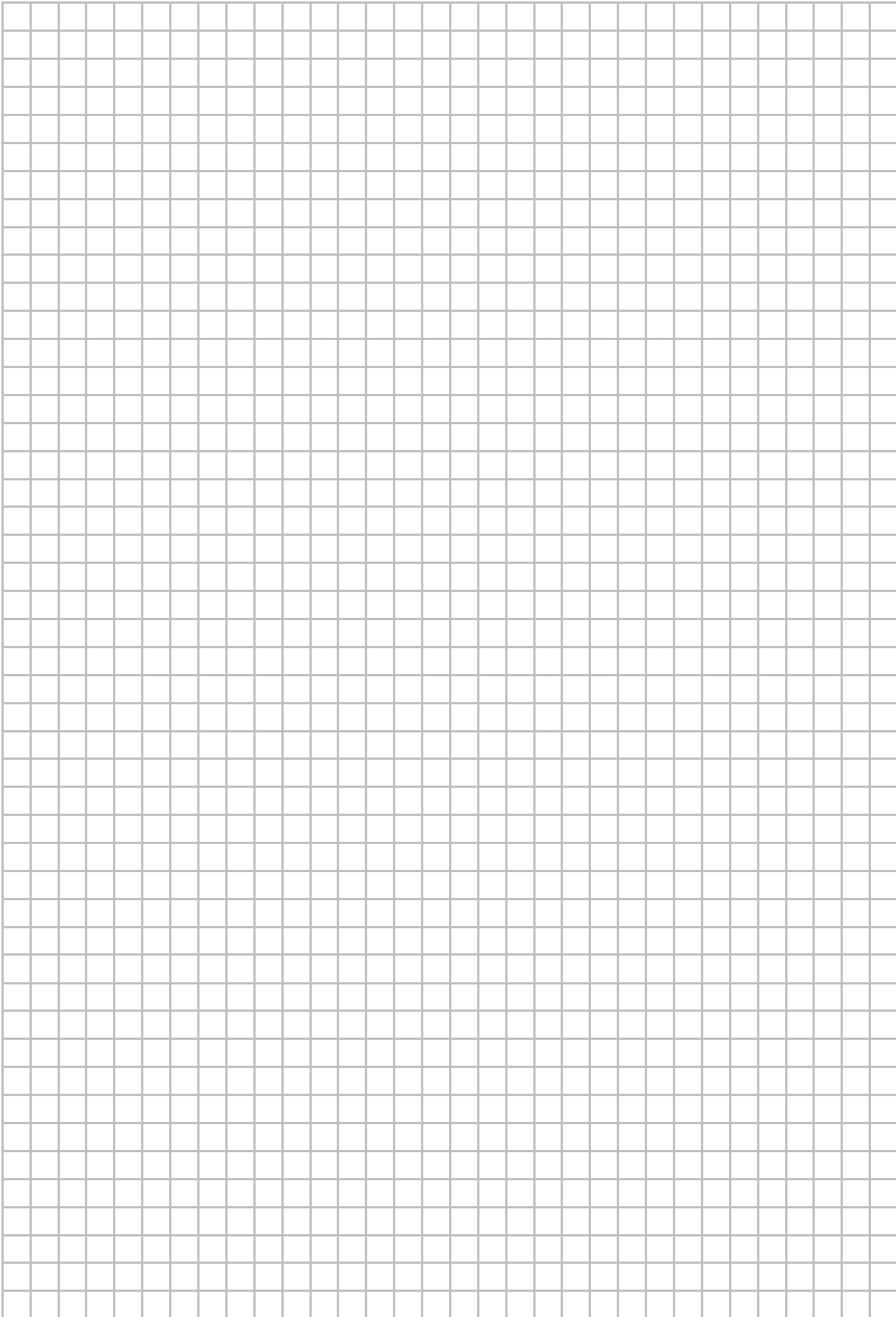
Na wykresie przedstawiono wykres funkcji  $f$ .



Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Dziedziną funkcji  $f$  jest przedział  $(-4, 5)$ .
- B. Funkcja  $f$  ma dwa miejsca zerowe.
- C. Funkcja  $f$  dla argumentu 1 przyjmuje wartość  $(-1)$ .
- D. Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział  $(-4, 5)$ .

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 10. (0–1)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{8x-7}{2x^2+1}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ .

Wartość funkcji  $f$  dla argumentu 1 jest równa

- A.  $\frac{1}{5}$
- B.  $\frac{1}{3}$
- C. 1
- D. 2

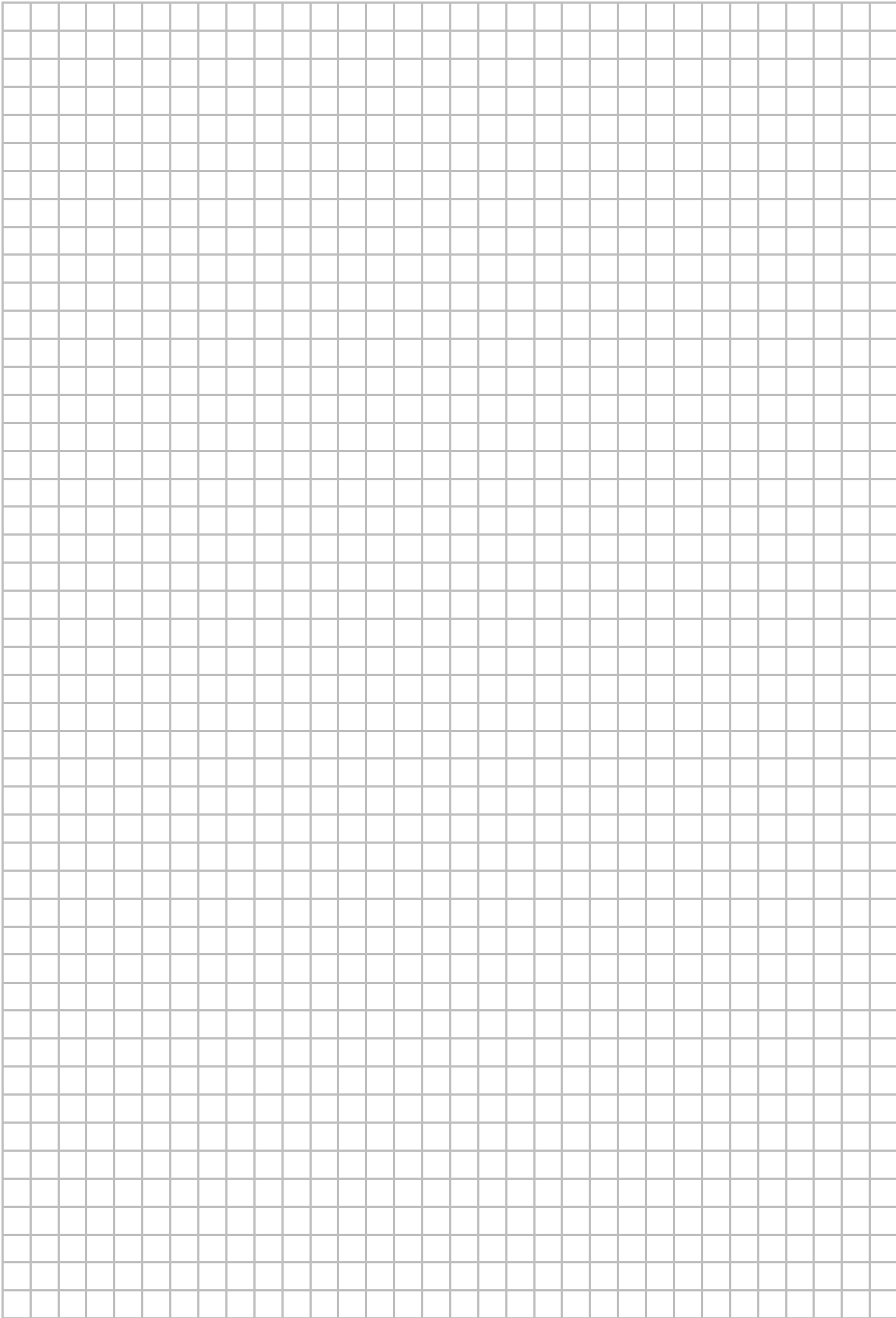
**Zadanie 11. (0–1)**

Ciąg  $(x, y, z)$  jest geometryczny. Iloczyn wszystkich wyrazów tego ciągu jest równy 64.

Stąd wynika, że  $y$  jest równe

- A.  $3 \cdot 64$
- B.  $\frac{64}{3}$
- C. 4
- D. 3

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



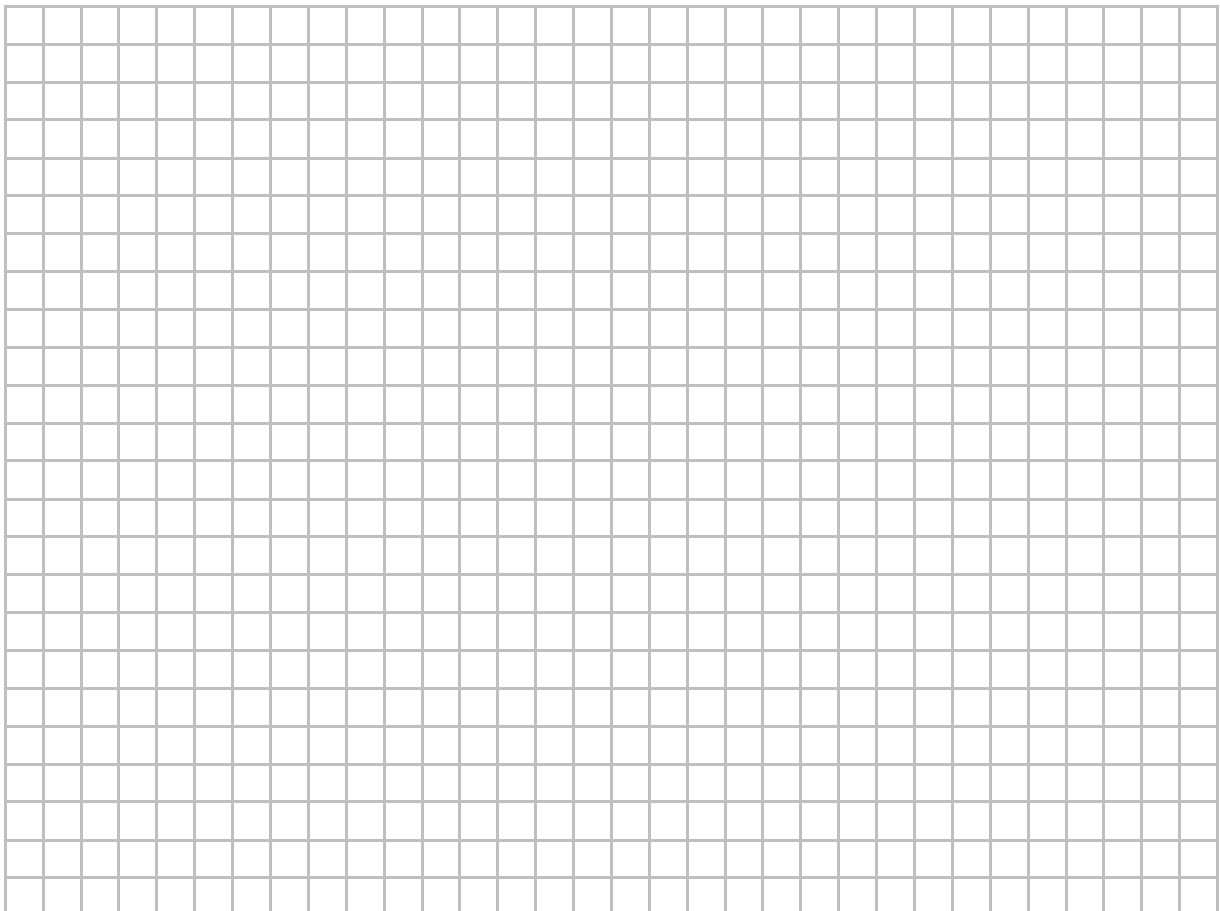
**Zadanie 12. (0–1)**

Ciąg  $(a_n)$ , określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ , jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa 5, a pierwszy wyraz tego ciągu jest równy  $(-3)$ .

Wtedy iloraz  $\frac{a_4}{a_2}$  jest równy

- A.  $\frac{5}{3}$
- B. 2
- C. 6
- D. 25

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



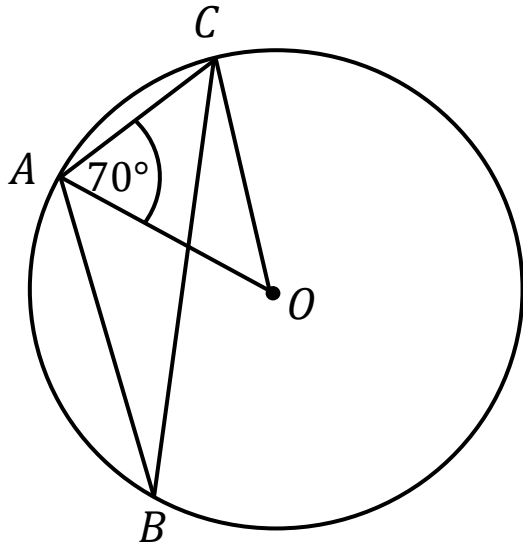


**Kolejne zadanie jest wydrukowane na następnej stronie.**

**Zadanie 13. (0–1)**

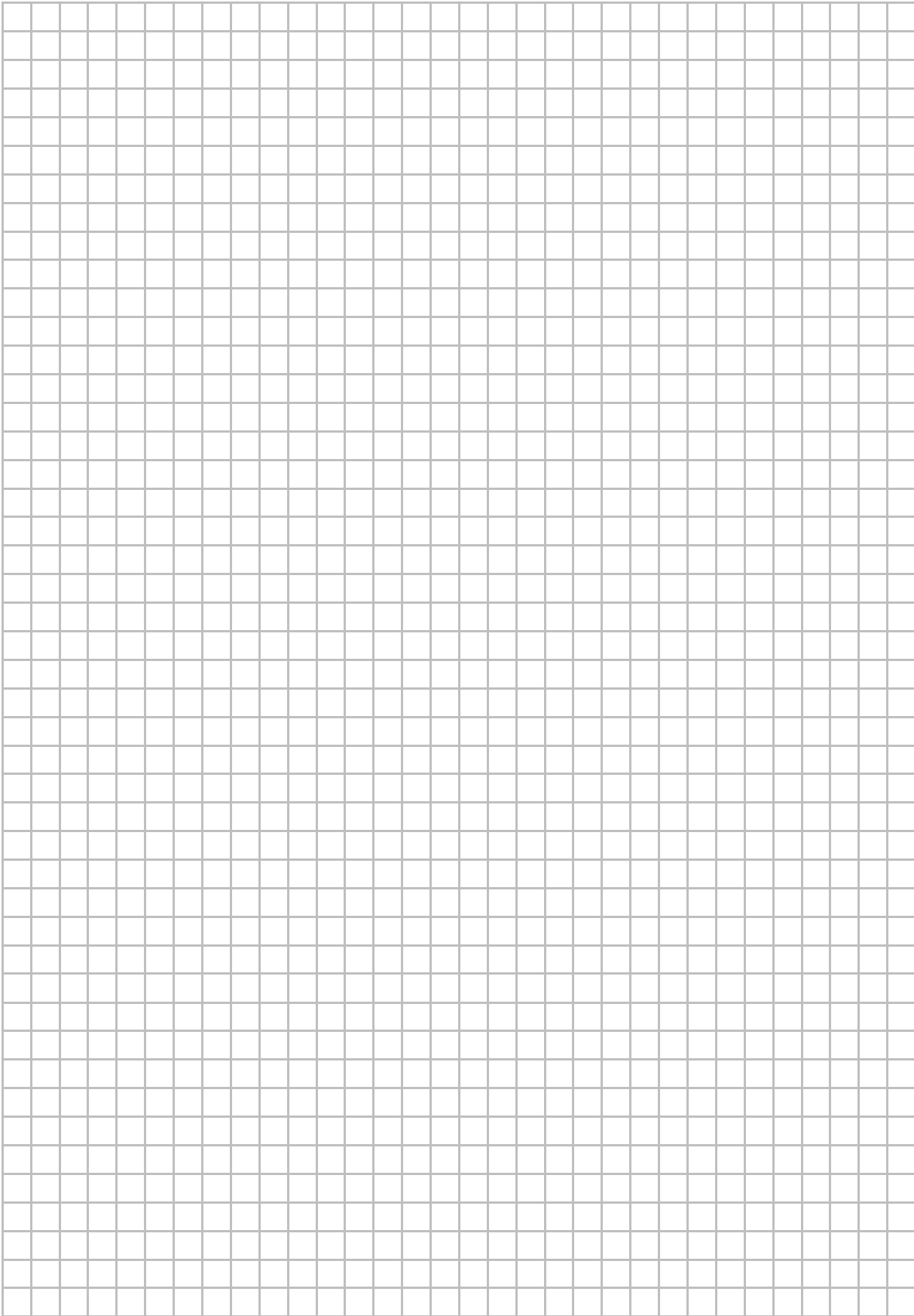
Trójkąt  $ABC$  jest wpisany w okrąg o środku  $O$ . Miara kąta  $CAO$  jest równa  $70^\circ$  (zobacz rysunek).

Wtedy miara kąta  $ABC$  jest równa



- A.  $20^\circ$
- B.  $25^\circ$
- C.  $30^\circ$
- D.  $35^\circ$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 14. (0–1)**

Ciągi  $(a_n)$ ,  $(b_n)$  oraz  $(c_n)$  są określone dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$  następująco:

- $a_n = 6n^2 - n^3$
- $b_n = 2n + 13$
- $c_n = 2^n$

Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Ciąg  $(a_n)$  jest arytmetyczny.
- B. Ciąg  $(b_n)$  jest arytmetyczny.
- C. Ciąg  $(c_n)$  jest arytmetyczny.
- D. Wśród ciągów  $(a_n)$ ,  $(b_n)$ ,  $(c_n)$  nie ma ciągu arytmetycznego.

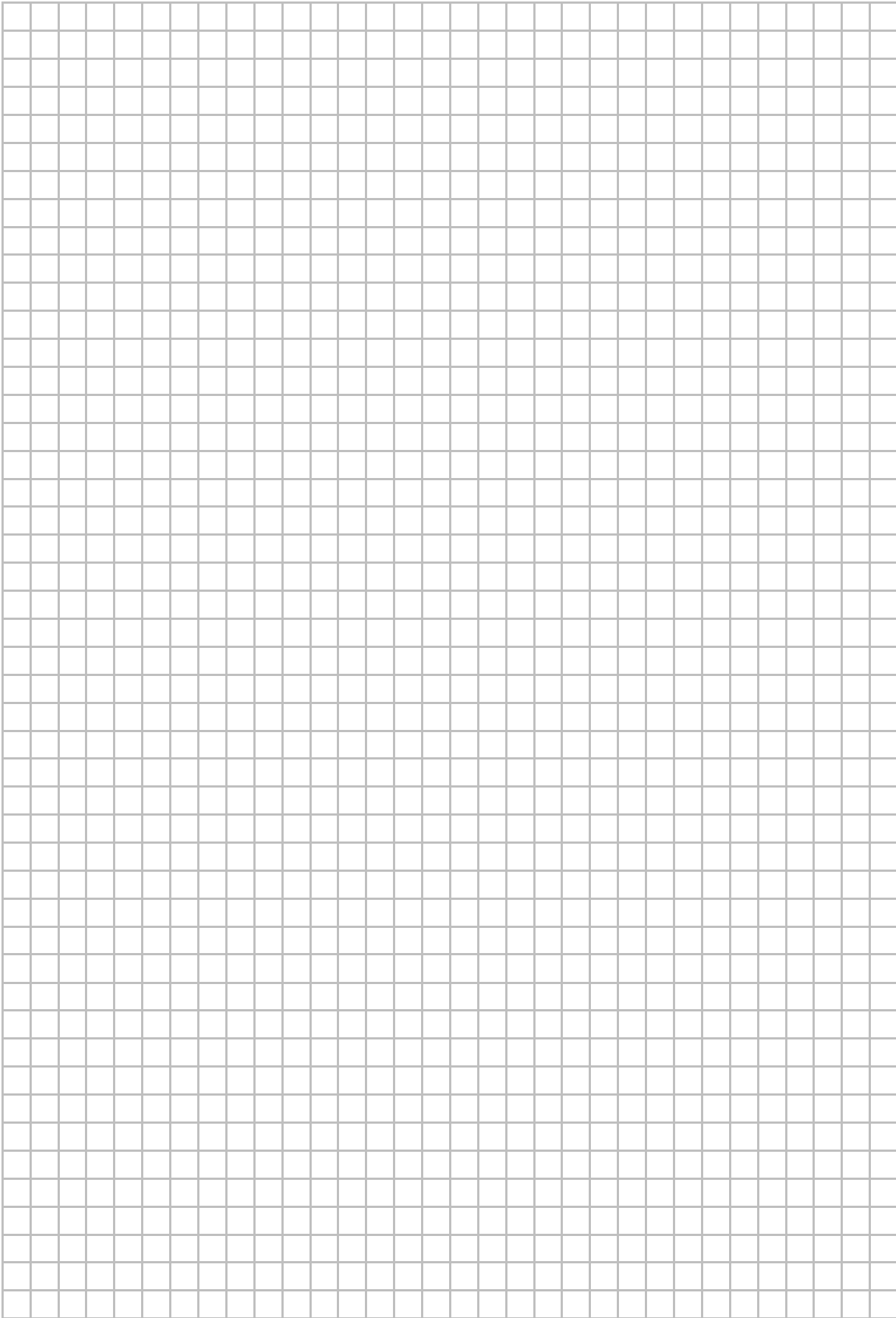
**Zadanie 15. (0–1)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = (-2)^n \cdot n + 1$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

Wtedy trzeci wyraz tego ciągu jest równy

- A.  $-24$
- B.  $-17$
- C.  $-32$
- D.  $-23$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 16. (0–1)**

W romb o boku  $2\sqrt{3}$  i kącie  $60^\circ$  wpisano okrąg. Promień tego okręgu jest równy

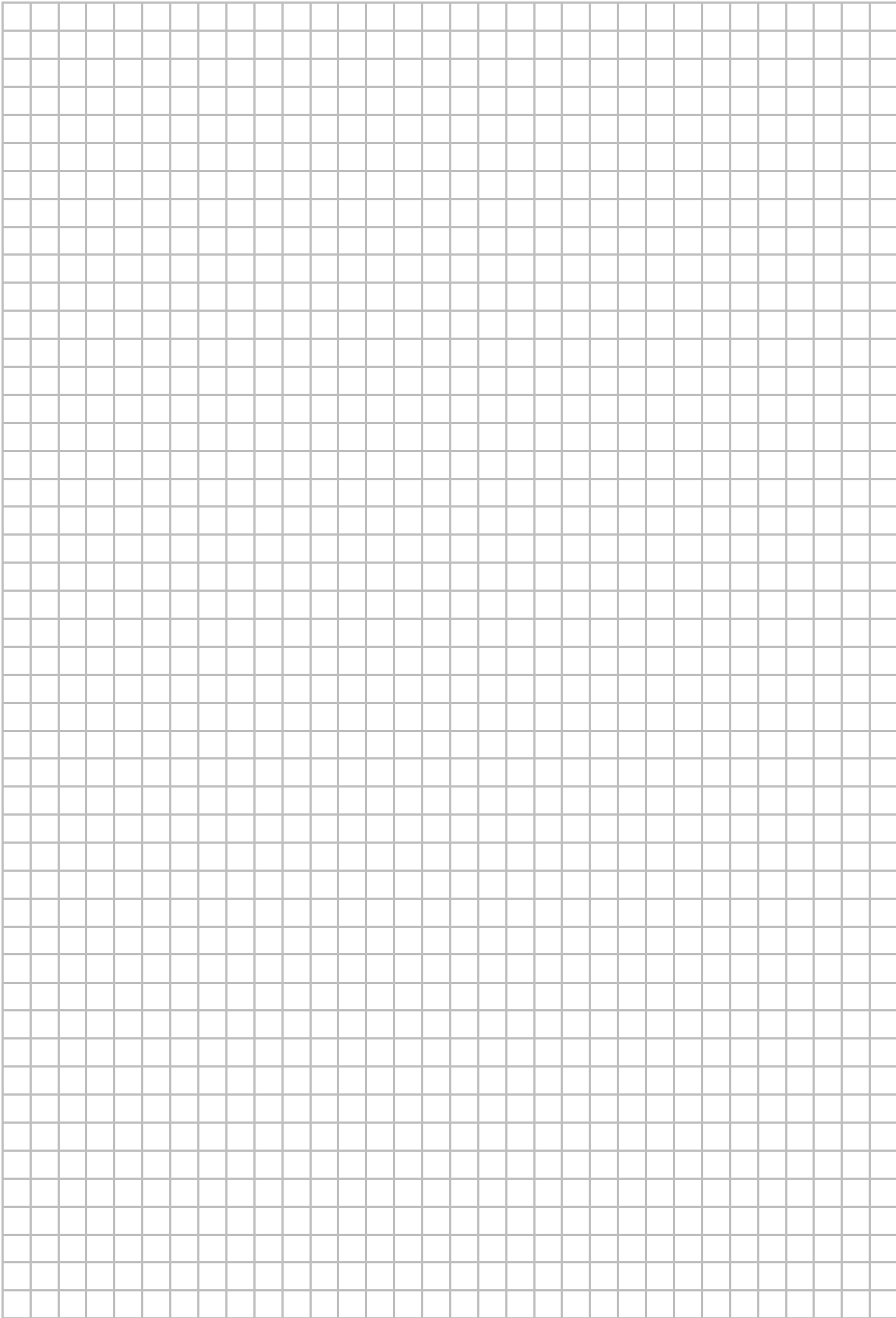
A. 3

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{3}{4}$

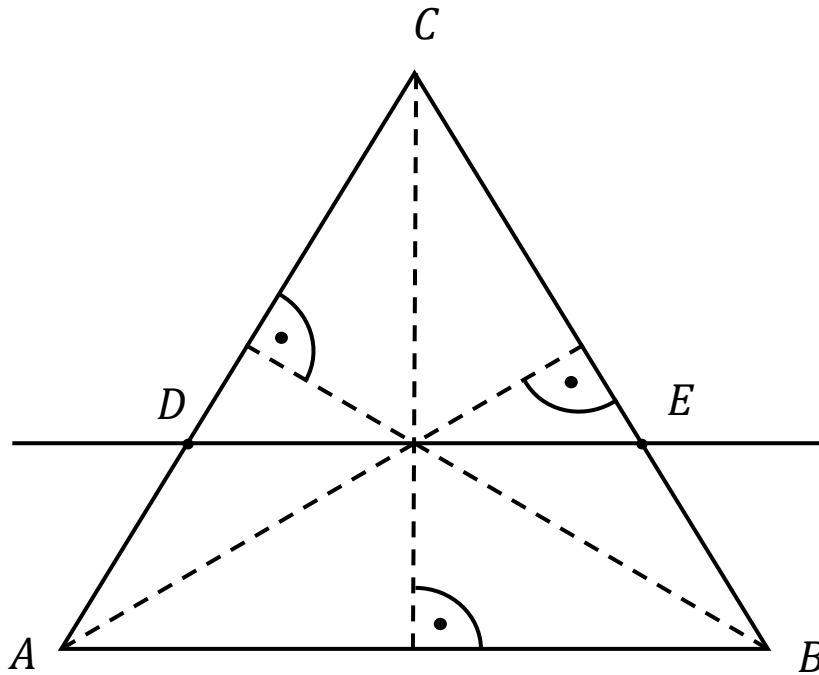
D.  $\frac{3}{2}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



**Zadanie 17. (0–1)**

Przez punkt przecięcia wysokości trójkąta równobocznego  $ABC$  poprowadzono prostą  $DE$  równoległą do podstawy  $AB$  (zobacz rysunek).

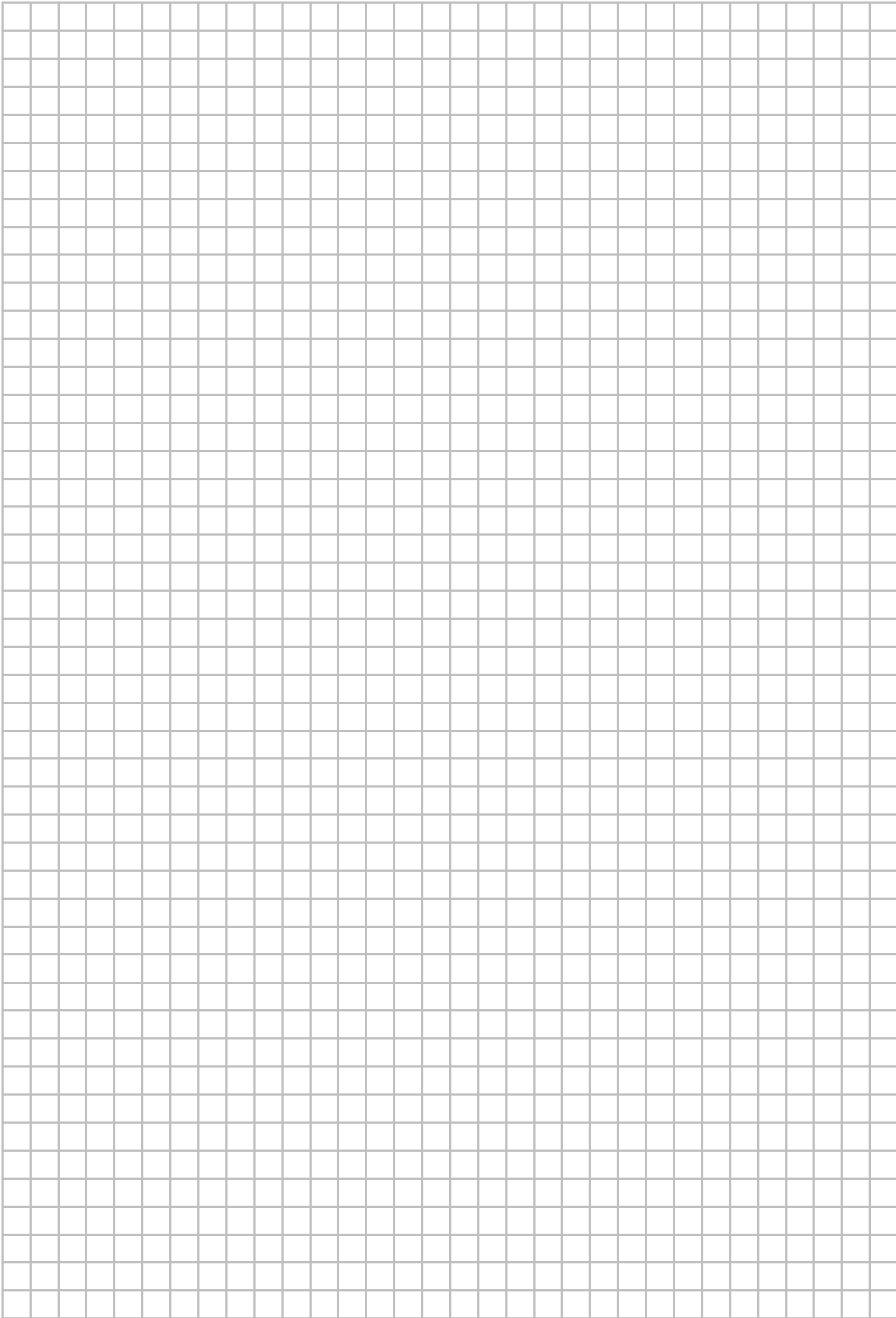


Stosunek pola trójkąta  $ABC$  do pola trójkąta  $CDE$  jest równy

- A. 9 : 4
- B. 4 : 1
- C. 4 : 9
- D. 3 : 2



**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 18. (0–1)**

Końcami odcinka  $PR$  są punkty  $P = (4,7)$  i  $R = (-2,-3)$ .

Odległość punktu  $T = (3,-1)$  od środka odcinka  $PR$  jest równa

- A.  $\sqrt{3}$
- B.  $\sqrt{13}$
- C.  $\sqrt{17}$
- D.  $6\sqrt{2}$

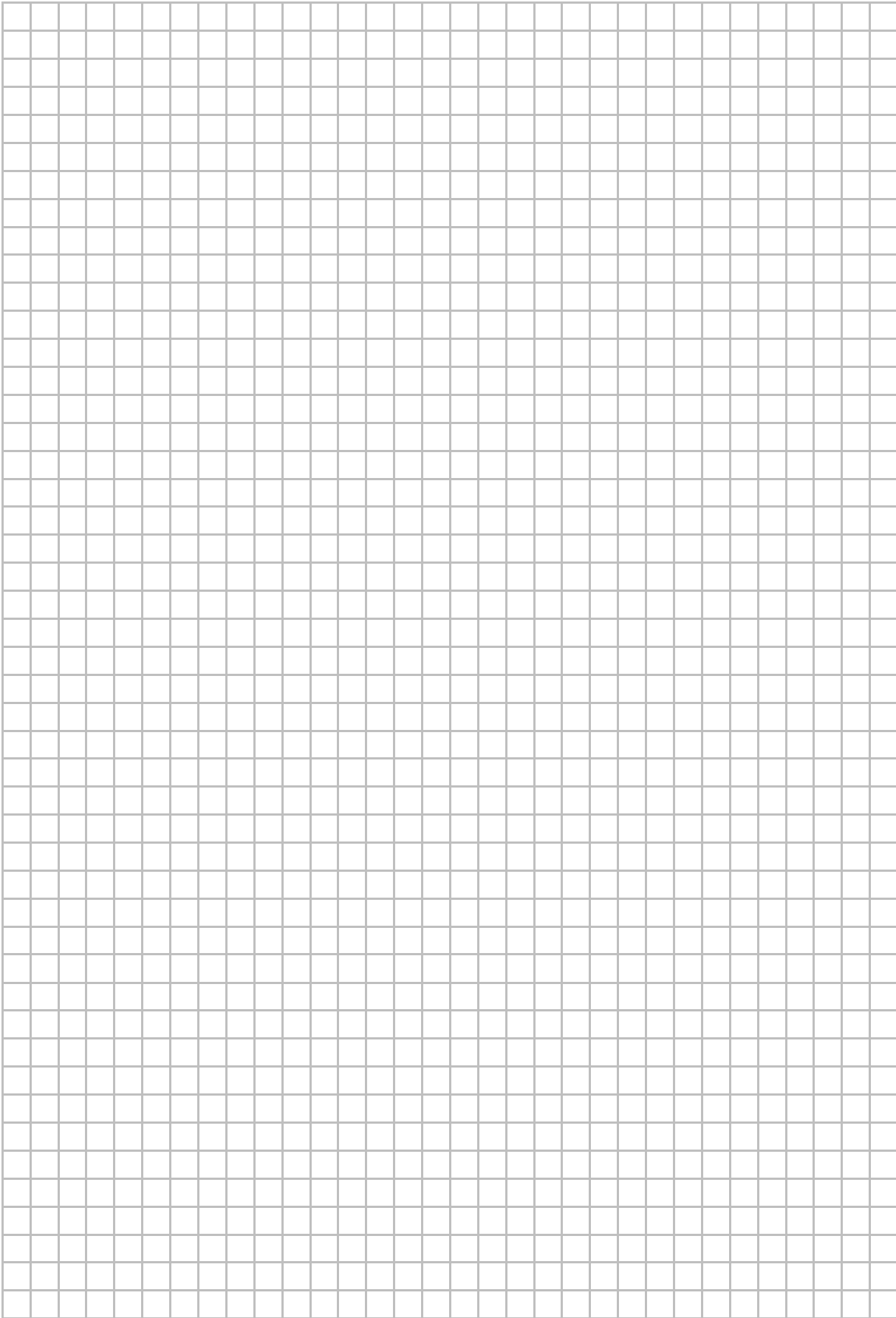
**Zadanie 19. (0–1)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry oraz  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ .

Wtedy

- A.  $\cos \alpha = \frac{1}{5}$
- B.  $\cos \alpha = -\frac{1}{5}$
- C.  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$
- D.  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



**Zadanie 20. (0–1)**

Dane są punkty  $M = (6, 0)$ ,  $N = (6, 8)$  oraz  $O = (0, 0)$ .

Tangens kąta ostrego  $MON$  jest równy

- A.  $\frac{4}{3}$
- B.  $\frac{6}{10}$
- C.  $\frac{3}{4}$
- D.  $\frac{8}{10}$

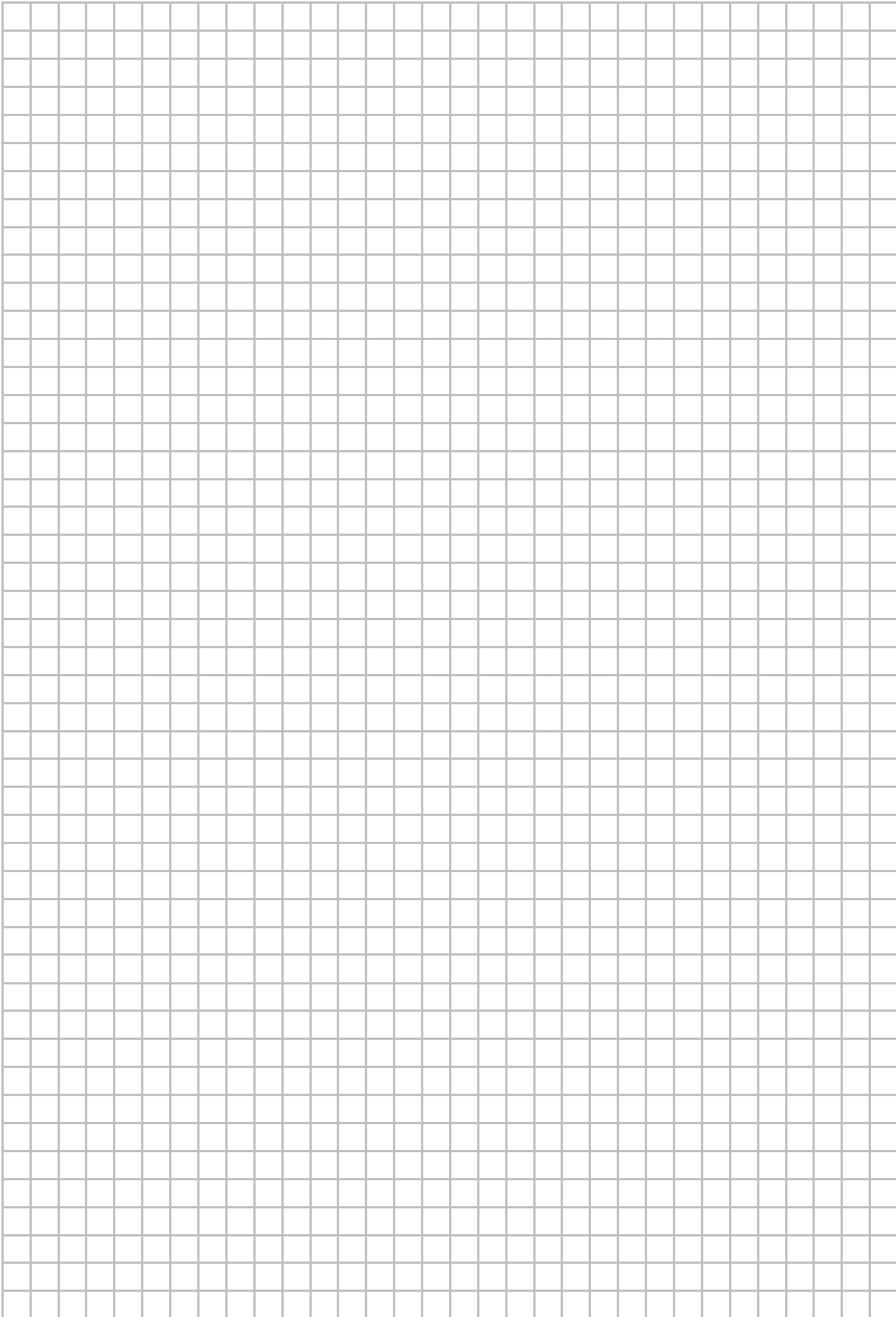
**Zadanie 21. (0–1)**

Proste o równaniach  $y = 3ax - 2$  i  $y = 2x + 3a$  są prostopadłe.

Wtedy  $a$  jest równe

- A.  $\frac{2}{3}$
- B.  $-\frac{1}{6}$
- C.  $\frac{3}{2}$
- D.  $-5$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 22. (0–1)**

Dany jest trapez  $ABCD$ , w którym boki  $AB$  i  $CD$  są równoległe oraz  $C = (3, 5)$ . Wierzchołki  $A$  i  $B$  tego trapezu leżą na prostej o równaniu  $y = 5x + 3$ .

Wtedy bok  $CD$  tego trapezu zawiera się w prostej o równaniu

- A.  $y = 3x + 5$
- B.  $y = -\frac{1}{5}x + 3$
- C.  $y = 5x - 10$
- D.  $y = -\frac{1}{5}x + \frac{28}{5}$

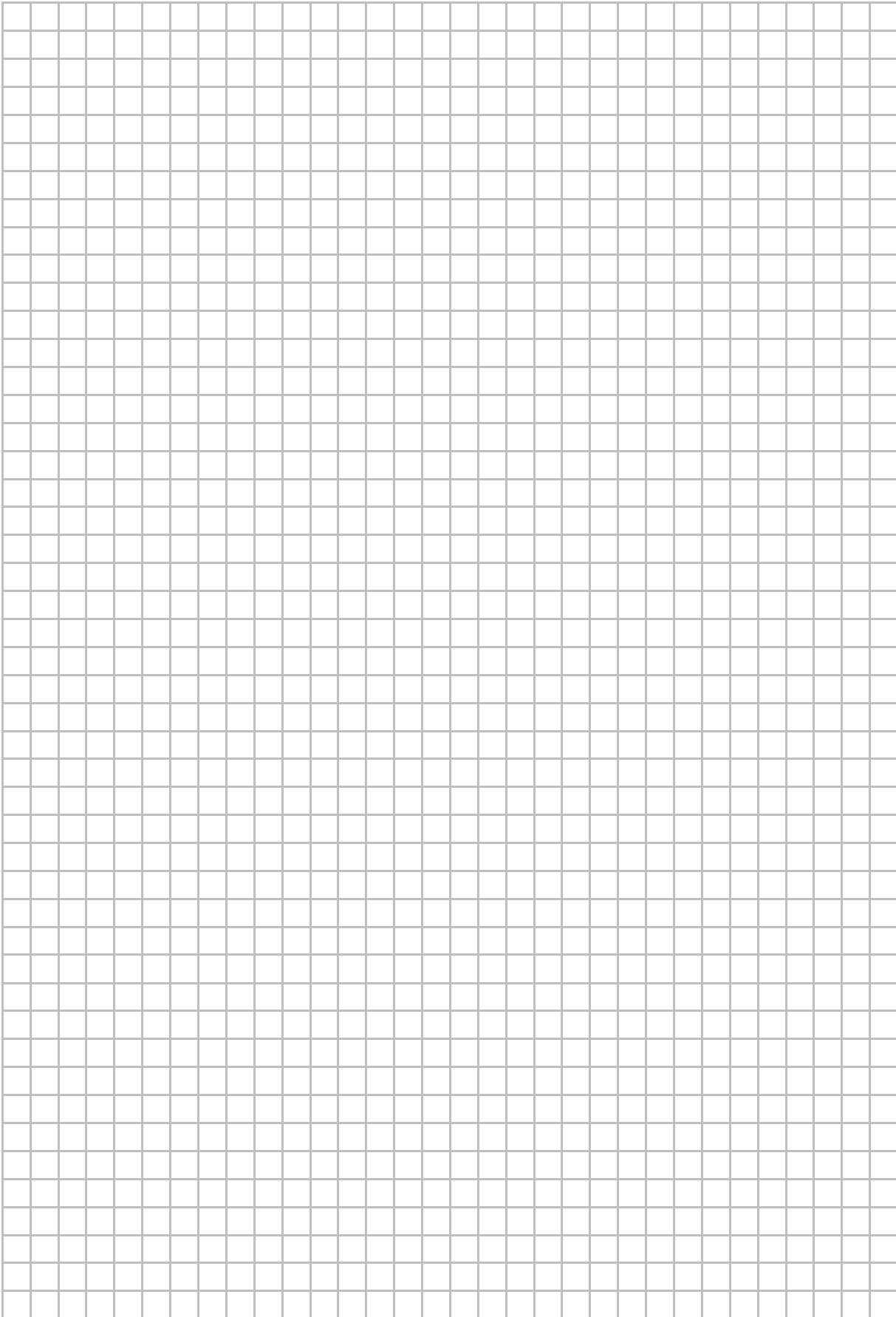
**Zadanie 23. (0–1)**

W trapezie równoramionym  $ABCD$  podstawy  $AB$  i  $CD$  mają długości równe odpowiednio  $a$  i  $b$  (przy czym  $a > b$ ). Miara kąta ostrego trapezu jest równa  $30^\circ$ .

Wtedy wysokość tego trapezu jest równa

- A.  $\frac{a-b}{2} \cdot \sqrt{3}$
- B.  $\frac{a-b}{6} \cdot \sqrt{3}$
- C.  $\frac{a+b}{2}$
- D.  $\frac{a+b}{4}$

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 24. (0–1)**

Przekątna sześcianu ma długość  $5\sqrt{3}$ .

Wtedy objętość tego sześcianu jest równa

- A. 125
- B. 75
- C.  $375\sqrt{3}$
- D.  $125\sqrt{3}$

**Zadanie 25. (0–1)**

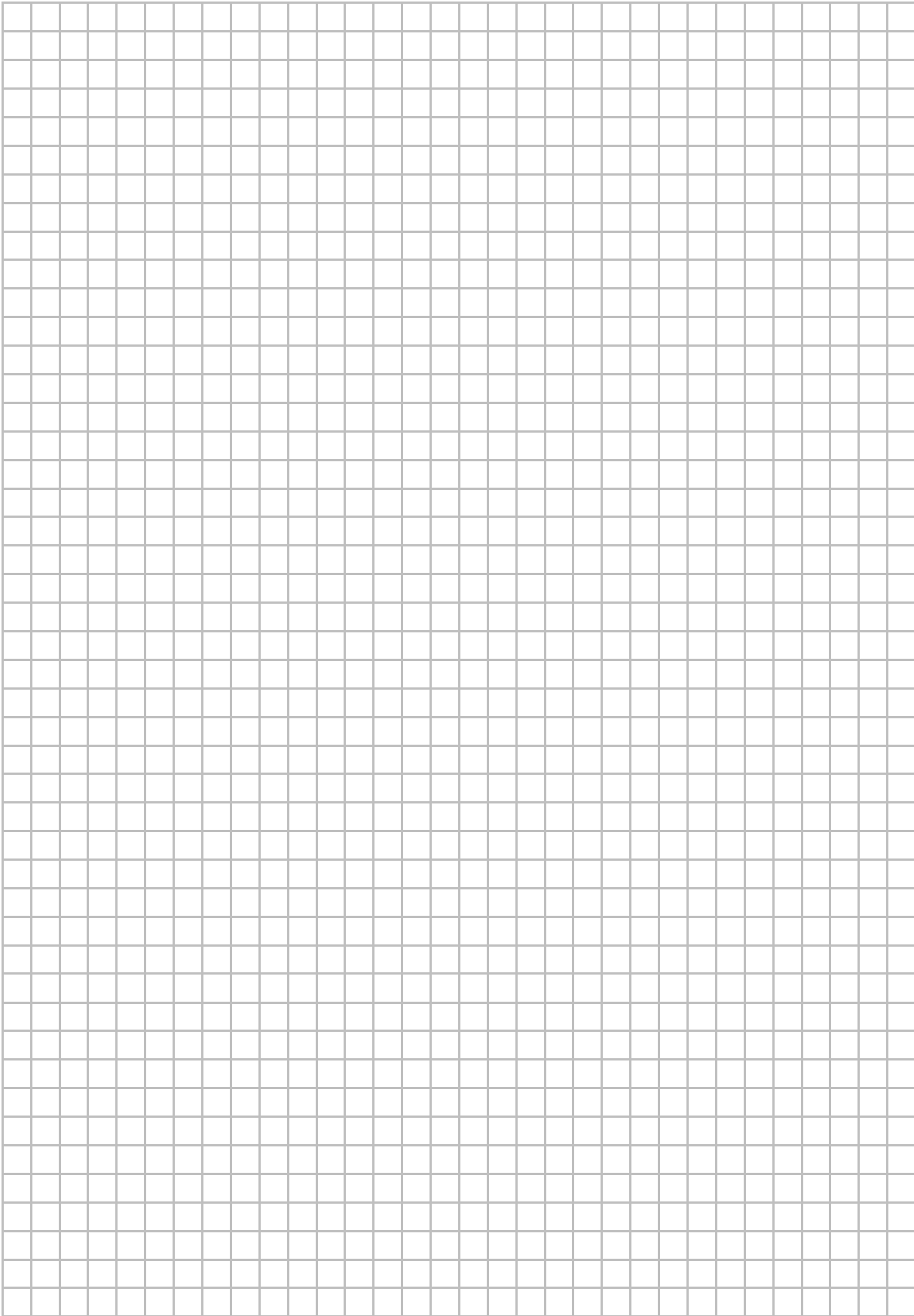
Ostrosłupy prawidłowe trójkątne  $O_1$  i  $O_2$  mają takie same wysokości. Długość krawędzi podstawy ostrosłupa  $O_1$  jest trzy razy dłuższa od długości krawędzi podstawy ostrosłupa  $O_2$ .

Stosunek objętości ostrosłupa  $O_1$  do objętości ostrosłupa  $O_2$  jest równy

- A. 3 : 1
- B. 1 : 3
- C. 9 : 1
- D. 1 : 9



**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 26. (0–1)**

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych parzystych, w których cyfra 7 występuje dokładnie jeden raz, jest

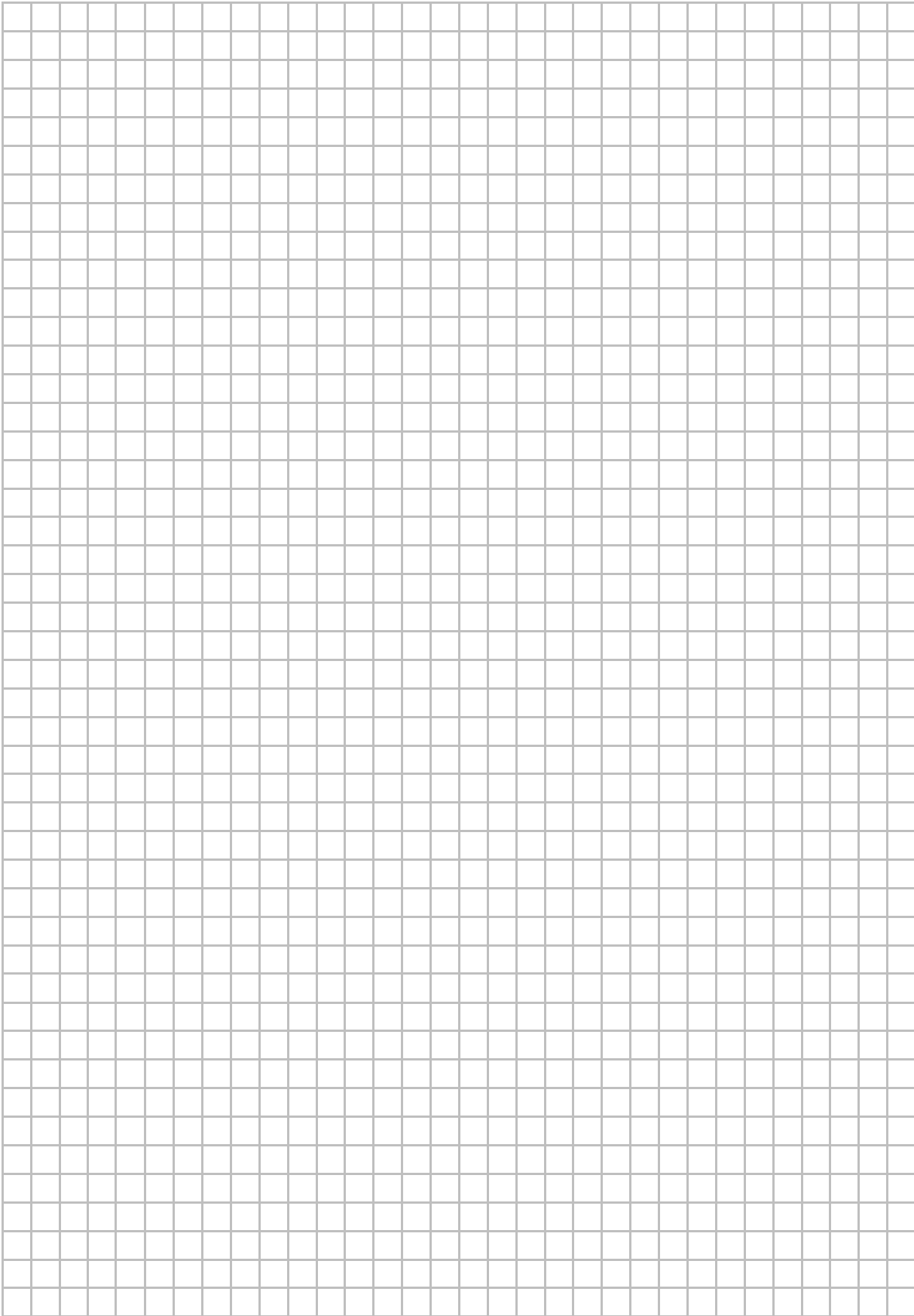
- A. 85
- B. 90
- C. 100
- D. 150

**Zadanie 27. (0–1)**

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 5, jest równe

- A.  $\frac{2}{5}$
- B.  $\frac{5}{100}$
- C.  $\frac{5}{90}$
- D.  $\frac{18}{90}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



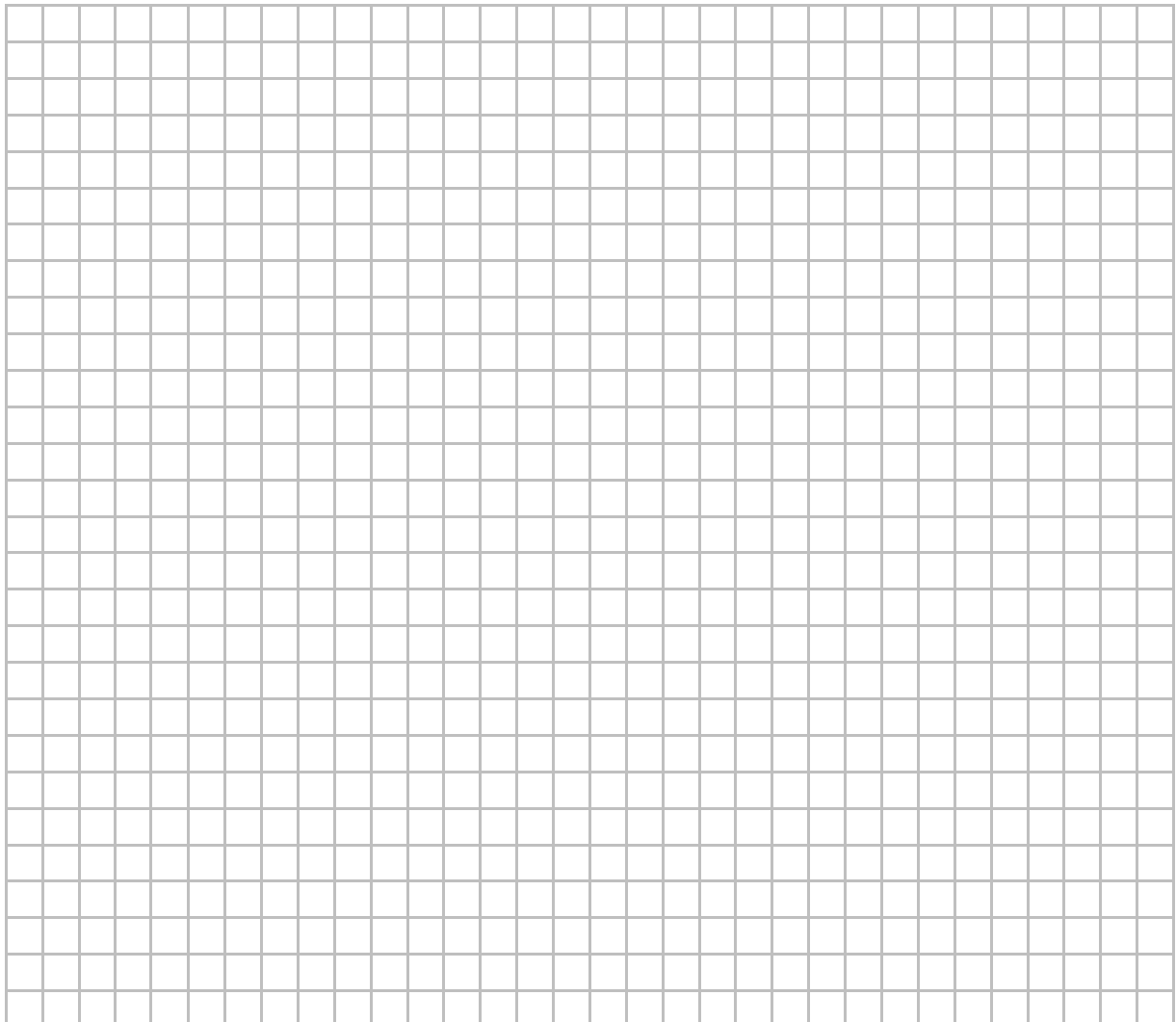
**Zadanie 28. (0–1)**

Liczba  $x$  jest dodatnia. Mediana zestawu czterech liczb:  
 $1 + x$ ,  $1 + 2x$ ,  $4 + 3x$ ,  $1$ , jest równa  $10$ .

Wtedy

- A.  $x = 6$
- B.  $x = 5,5$
- C.  $x = 2,5$
- D.  $x = 1$

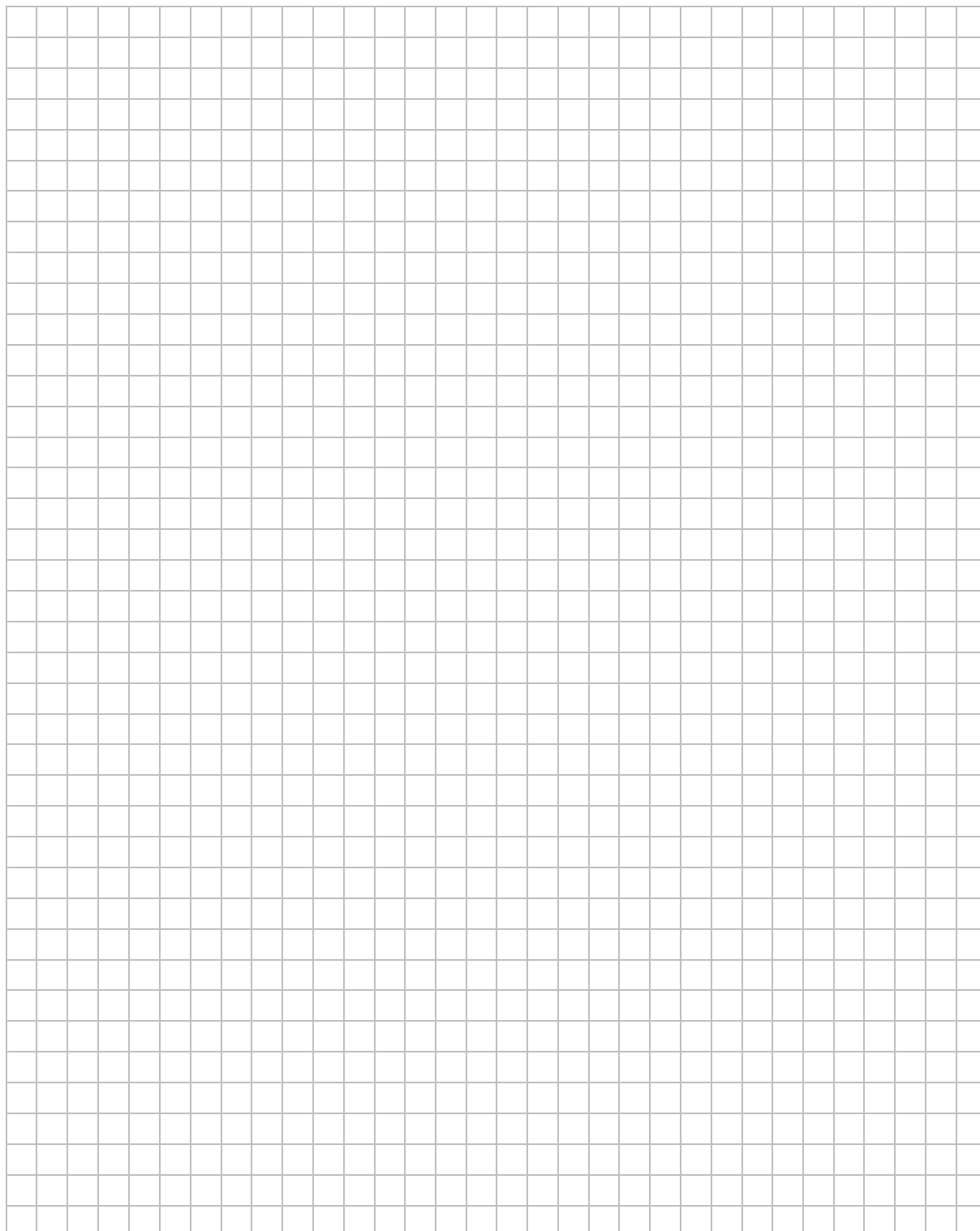
BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



**Zadanie 29. (0–2)**

Rozwiąż nierówność:

$$3x(x + 1) > x^2 + x + 24$$

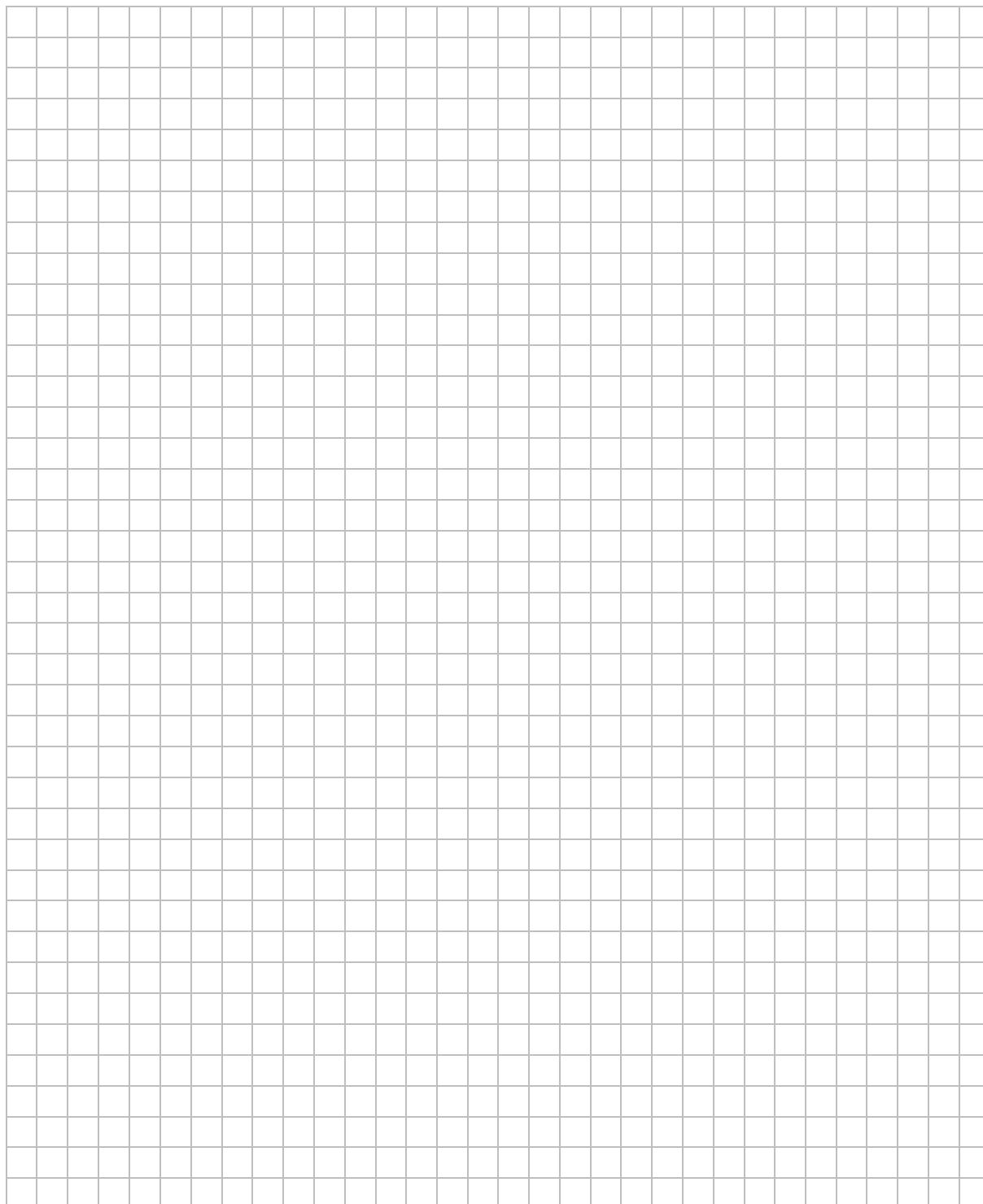


Odpowiedź: .....

**Zadanie 30. (0–2)**

Rozwiąż równanie:

$$\frac{6x-1}{3x-2} = 3x + 2$$

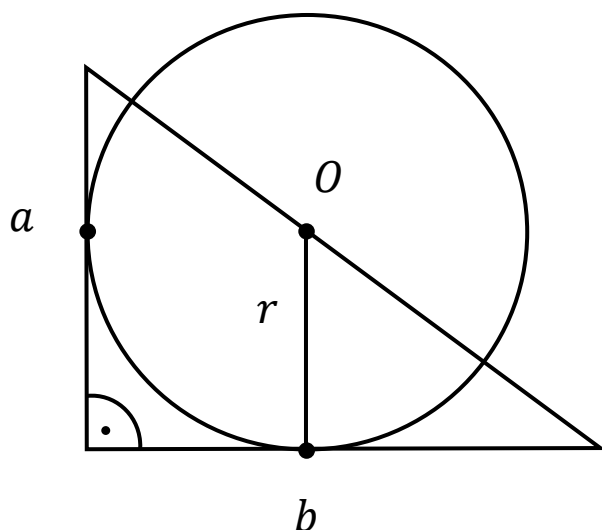


Odpowiedź: .....

**Kolejne zadanie jest wydrukowane na następnej stronie.**

### Zadanie 31. (0–2)

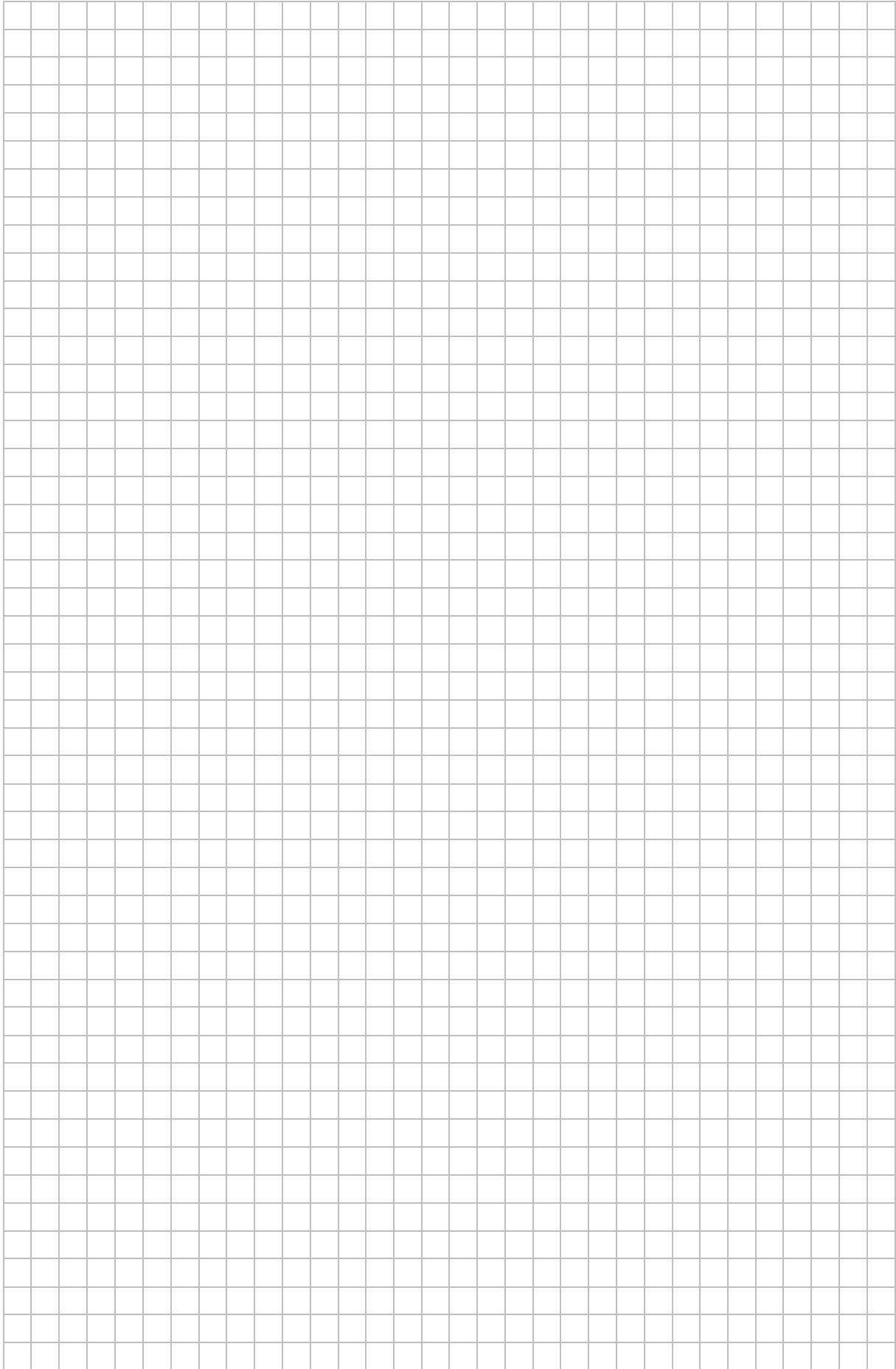
Dany jest trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości  $a$  i  $b$ . Punkt  $O$  leży na przeciwprostokątnej tego trójkąta i jest środkiem okręgu stycznego do przyprostokątnych tego trójkąta (zobacz rysunek).



Wykaż, że promień  $r$  tego okręgu jest równy  $\frac{ab}{a+b}$ .



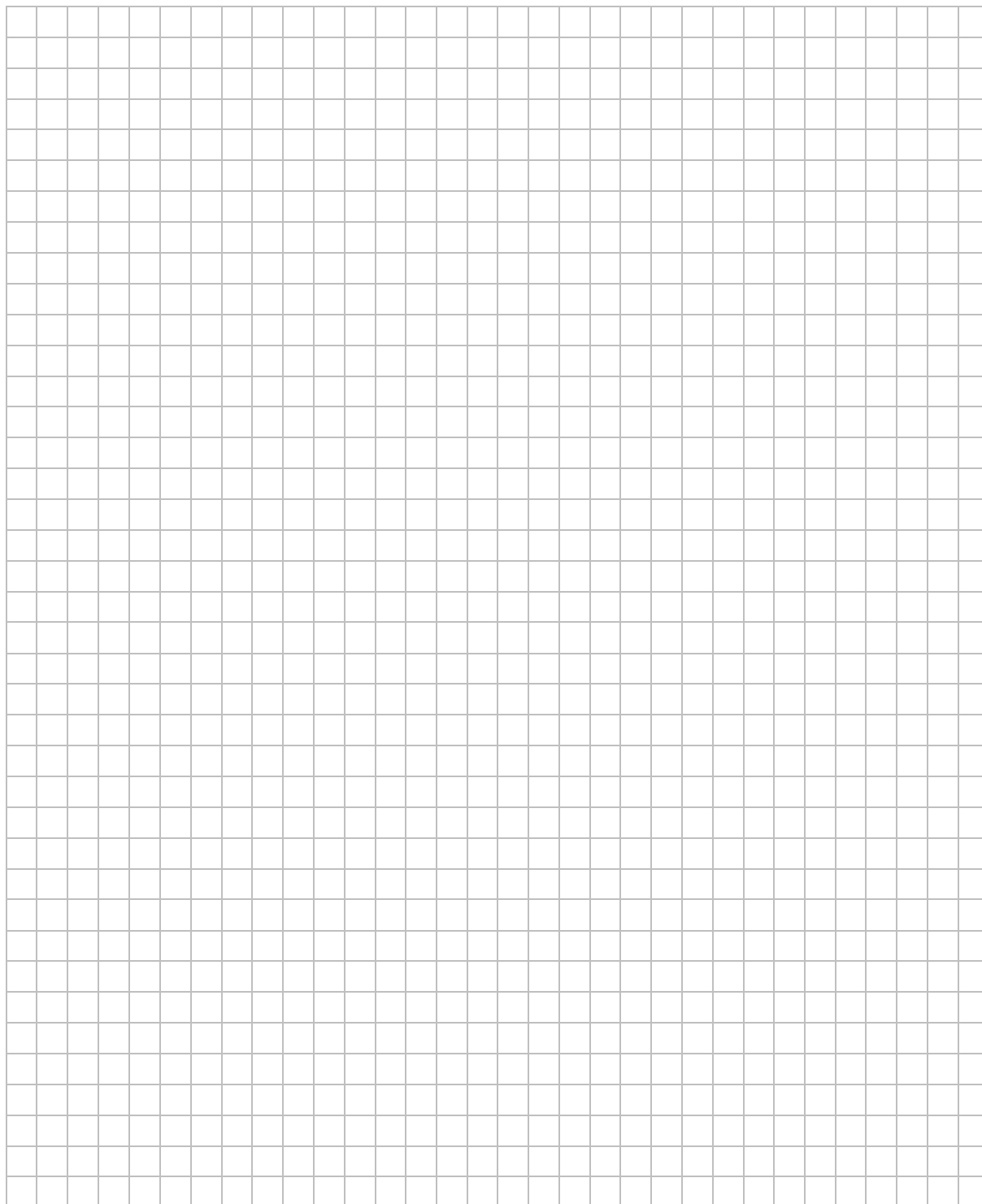




**Zadanie 32. (0–2)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry i  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$ .

Oblicz wartość wyrażenia  $2 \sin \alpha \cos \alpha$ .



Odpowiedź: .....

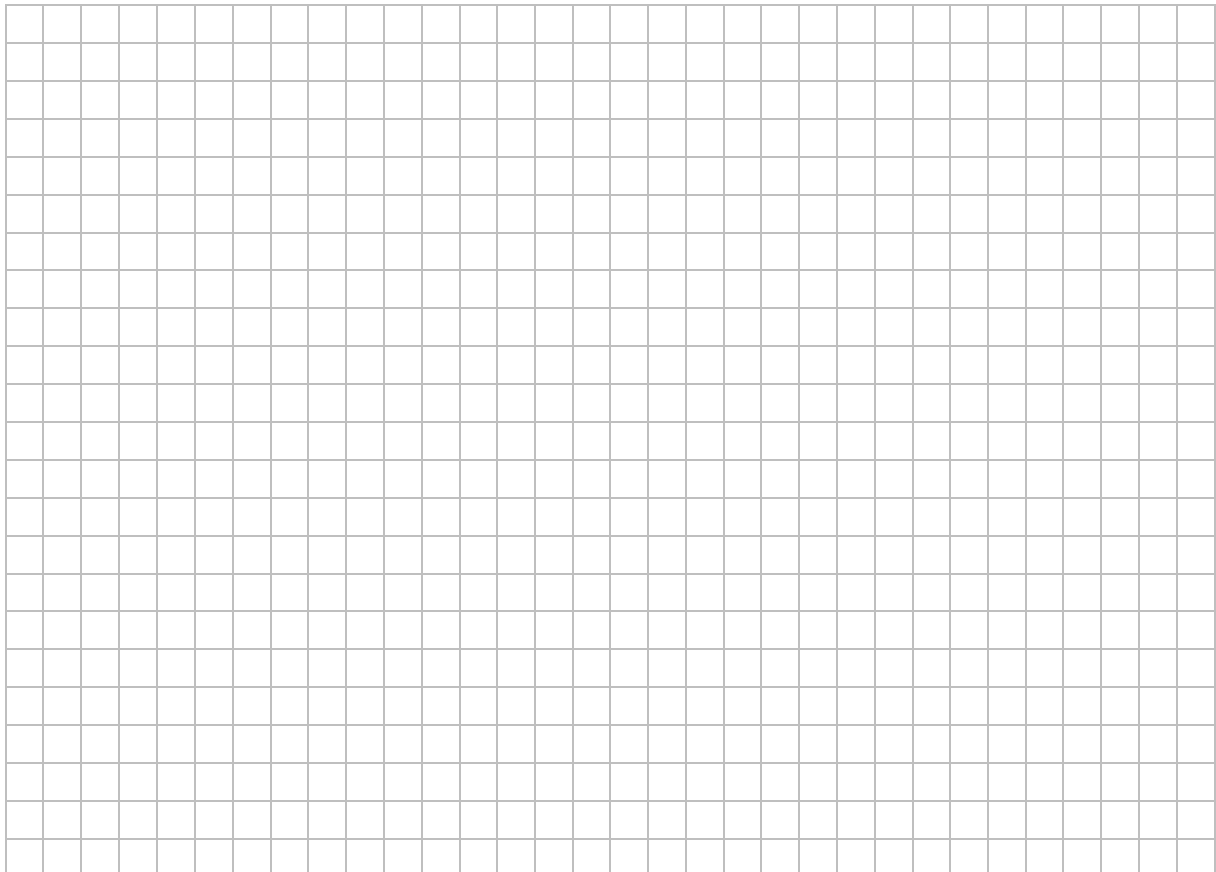
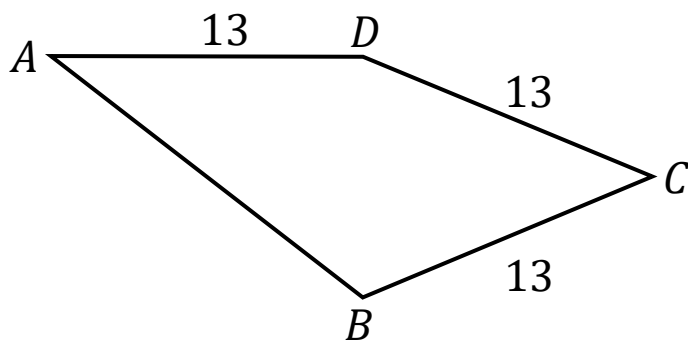
**Kolejne zadanie jest wydrukowane na następnej stronie.**

**Zadanie 33. (0–2)**

Dany jest czworokąt  $ABCD$ , w którym

$|BC| = |CD| = |AD| = 13$  (zobacz rysunek). Przekątna  $BD$  tego czworokąta ma długość 10 i jest prostopadła do boku  $AD$ .

Oblicz pole czworokąta  $ABCD$ .





Odpowiedź: .....

**Zadanie 34. (0–2)**

Funkcja kwadratowa  $f(x) = x^2 + bx + c$  nie ma miejsc zerowych.

Wykaż, że  $1 + c > b$ .



**Kolejne zadanie jest wydrukowane na następnej stronie.**

**Zadanie 35. (0–5)**

Rosnący ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  jest określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ . Suma pierwszych pięciu wyrazów tego ciągu jest równa 10.

Wyrazy  $a_3, a_5, a_{13}$  tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny.

Wyznacz wzór na  $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ .







Odpowiedź: .....

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

