

# **Sprawozdanie z egzaminu maturalnego 2018**

## **Fizyka**

**Jaworzno, wrzesień 2018**

**Opracowanie**

Mariusz Mroczek (Centralna Komisja Egzaminacyjna)  
Jan Sawicki (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie)

**Redakcja**

dr Wioletta Kozak (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

**Opracowanie techniczne**

Joanna Dobkowska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

**Współpraca**

Beata Dobrosielska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)  
Agata Wiśniewska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)  
Pracownie ds. Analiz Wyników Egzaminacyjnych okręgowych komisji egzaminacyjnych

**Centralna Komisja Egzaminacyjna**  
ul. Marka Edelmana 6, 00-190 Warszawa  
tel. 022 536 65 00, fax 022 536 65 04  
e-mail: sekretariat@cke.gov.pl  
www.cke.gov.pl

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie**  
ul. Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno  
tel. 32 616 33 99, 32 616 28 14  
e-mail: oke@oke.jaworzno.pl  
www.oke.jaworzno.pl

## Spis treści

POZIOM ROZSZERZONY .....	4
1. OPIS ARKUSZA .....	4
2. DANE DOTYCZĄCE POPULACJI ZDAJĄCYCH .....	4
3. PRZEBIEG EGZAMINU .....	5
4. PODSTAWOWE DANE STATYSTYCZNE .....	6
WYNIKI ZDAJĄCYCH.....	6
POZIOM WYKONANIA ZADAŃ .....	7
KOMENTARZ DO WYNIKÓW KRAJOWYCH .....	12
1. ANALIZA JAKOŚCIOWA ZADAŃ .....	12
2. PROBLEM „POD LUPĄ” .....	20
3. WNIOSKI I REKOMENDACJE .....	34

## Poziom rozszerzony

### 1. Opis arkusza

Arkusz egzaminacyjny z fizyki na poziomie rozszerzonym zawierał ogółem 35 zadań (ujętych w 16 grup tematycznych), na które składało się 11 zadań zamkniętych i 24 zadania otwarte krótkiej odpowiedzi. Zadania sprawdzały wiadomości oraz umiejętności ujęte w pięciu obszarach wymagań ogólnych:

- I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie (12 zadań, w tym: 8 zadań zamkniętych łącznie za 8 punktów oraz 4 zadania otwarte łącznie za 6 punktów).
- II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści (2 zadania, w tym: 1 zadanie zamknięte za 1 punkt oraz 1 zadanie otwarte łącznie za 3 punkty).
- III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków (7 zadań, w tym 2 zadania zamknięte łącznie za 3 punkty i 5 zadań otwartych łącznie za 9 punktów).
- IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (11 zadań otwartych łącznie za 23 punkty).
- V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników (3 zadania otwarte łącznie za 7 punktów).

Zdający mogli korzystać z *Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki* oraz linijki i kalkulatora prostego. Za rozwiązanie wszystkich zadań można było otrzymać 60 punktów.

### 2. Dane dotyczące populacji zdających

Tabela 1. Zdający rozwiązujący zadania w arkuszu standardowym w województwie śląskim \*

Liczba zdających		1764
Zdający rozwiązujący zadania w arkuszu standardowym	z liceów ogólnokształcących	1097
	z techników	667
	ze szkół na wsi	25
	ze szkół w miastach do 20 tys. mieszkańców	34
	ze szkół w miastach od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	757
	ze szkół w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców	948
	ze szkół publicznych	1718
	ze szkół niepublicznych	46
	kobiety	347
	mężczyźni	1417

\* Dane w tabeli dotyczą tegorocznych absolwentów.

Z egzaminu zwolniono 9 osób – laureatów i finalistów Olimpiady Fizycznej.

Tabela 2. Zdający rozwiązujący zadania w arkuszach dostosowanych w województwie śląskim

Zdający rozwiązujący zadania w arkuszach dostosowanych	z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera	5
	słabowidzący	0
	niewidomi	0
	słabosłyszący	2
	niesłyszący	0
<b>Ogółem</b>		<b>7</b>

### 3. Przebieg egzaminu

Tabela 3. Informacje dotyczące przebiegu egzaminu w województwie śląskim

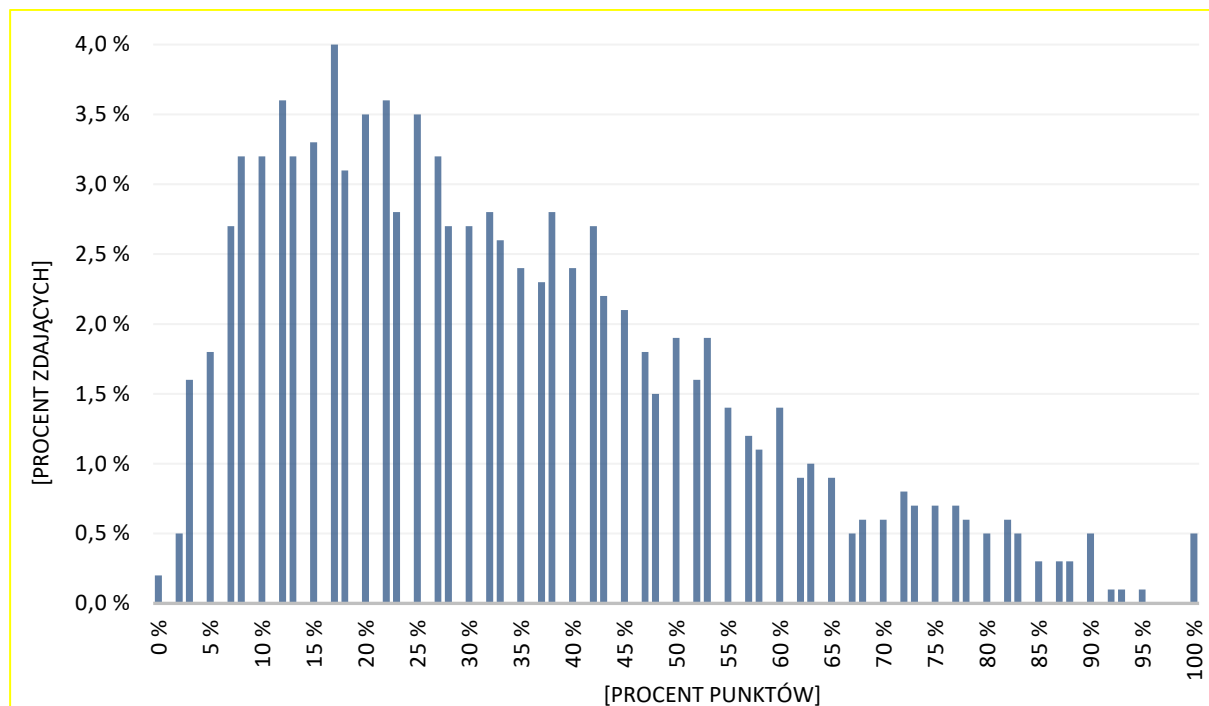
Termin egzaminu			14 maja 2018
Czas trwania egzaminu dla arkusza standardowego			180 minut
Liczba szkół			190
Liczba zespołów egzaminatorów			2
Liczba egzaminatorów			39
Liczba obserwatorów <sup>1</sup> (§ 8 ust. 1)			9
Liczba unieważnień <sup>2</sup>	w przypadku:		
	art. 44zzv pkt 1	stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez zdającego	0
	art. 44zzv pkt 2	wniesienia lub korzystania przez zdającego w sali egzaminacyjnej z urządzenia telekomunikacyjnego	0
	art. 44zzv pkt 3	zakłócenia przez zdającego prawidłowego przebiegu egzaminu	0
	art. 44zzw ust. 1	stwierdzenia podczas sprawdzania pracy niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez zdającego	0
	art. 44zzy ust. 7	stwierdzenie naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzenia egzaminu maturalnego	0
	art. 44zzy ust. 10	niemożność ustalenia wyniku (np. zaginięcie karty odpowiedzi)	0
Liczba wglądów <sup>2</sup> (art. 44zzz)			12
Liczba prac, w których nie podjęto rozwiązywania zadań			0

<sup>1</sup> Na podstawie rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 21 grudnia 2016 r. w sprawie szczegółowych warunków i sposobu przeprowadzania egzaminu gimnazjalnego i egzaminu maturalnego (Dz.U. z 2016 r., poz. 2223).

<sup>2</sup> Na podstawie ustawy z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (tekst jedn. Dz.U. z 2018 r. poz. 1457, ze zm.).

#### 4. Podstawowe dane statystyczne

##### Wyniki zdających



Wykres 1. Rozkład wyników zdających w województwie śląskim

Tabela 4. Wyniki zdających w województwie śląskim – parametry statystyczne\*

Zdający	Liczba zdających	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
<b>ogółem</b>	1764	0	100	30	17	33	21
w tym:							
z liceów ogólnokształcących	1097	0	100	38	38	41	21
z techników	667	0	90	17	12	21	15

\* Dane dotyczą wszystkich tegorocznych absolwentów. Parametry statystyczne są podane dla grup liczących 30 lub więcej zdających.

## Poziom wykonania zadań

Tabela 5. Poziom wykonania zadań w kraju i województwie śląskim

Nr zad.	Wymaganie ogólne	<b>Wymaganie szczegółowe</b> <i>Gdy wymaganie szczegółowe dotyczy materiału III etapu edukacyjnego, dopisano (G), a gdy zakresu podstawowego IV etapu, dopisano (P).</i> Zdający:	<b>Poziom wykonania zadania (%)</b>	
			kraj	woj.
1.1	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 1.5) rysuje i interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu, 12.2) samodzielnie wykonuje poprawne wykresy (właściwe oznaczenie i opis osi, wybór skali, oznaczenie niepewności punktów pomiarowych).	94	92
1.2	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	1.4) Zdający wykorzystuje związki pomiędzy położeniem, prędkością, i przyspieszeniem w ruchu jednostajnym i jednostajnie zmiennym do obliczania parametrów ruchu.	62	59
2	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 5.1) (G) nazywa bieguny magnetyczne magnesów trwałych, 9.1) szkicuje przebieg linii pola magnetycznego w pobliżu magnesów trwałych, 9.3) analizuje ruch cząstki naładowanej [...] w polu magnetycznym.	20	18
3	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 7.2) posługuje się pojęciem natężenia pola elektrostatycznego, 7.5) wyznacza pole elektrostatyczne na zewnątrz ciała sferycznie symetrycznego, 7.12) opisuje wpływ pola elektrycznego na rozmieszczenie ładunków w przewodniku, wyjaśnia działanie klatki Faradaya.	27	25
4	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 4.3) oblicza wartość i kierunek pola grawitacyjnego na zewnątrz ciała sferycznie symetrycznego, 4.4) wyprowadza związek między przyspieszeniem grawitacyjnym na powierzchni planety a jej masą i promieniem.	46	43
5.1	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.4) (G) opisuje zachowanie się ciał na podstawie pierwszej zasady dynamiki Newtona, 1.9) stosuje trzecią zasadę dynamiki Newtona do opisu zachowania się ciał, 1.12) posługuje się pojęciem siły tarcia do wyjaśniania ruchu ciał.	34	32
5.2	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona, 1.9) stosuje trzecią zasadę dynamiki Newtona do opisu zachowania się ciał, 1.12) posługuje się pojęciem siły tarcia do wyjaśniania ruchu ciał.	52	51

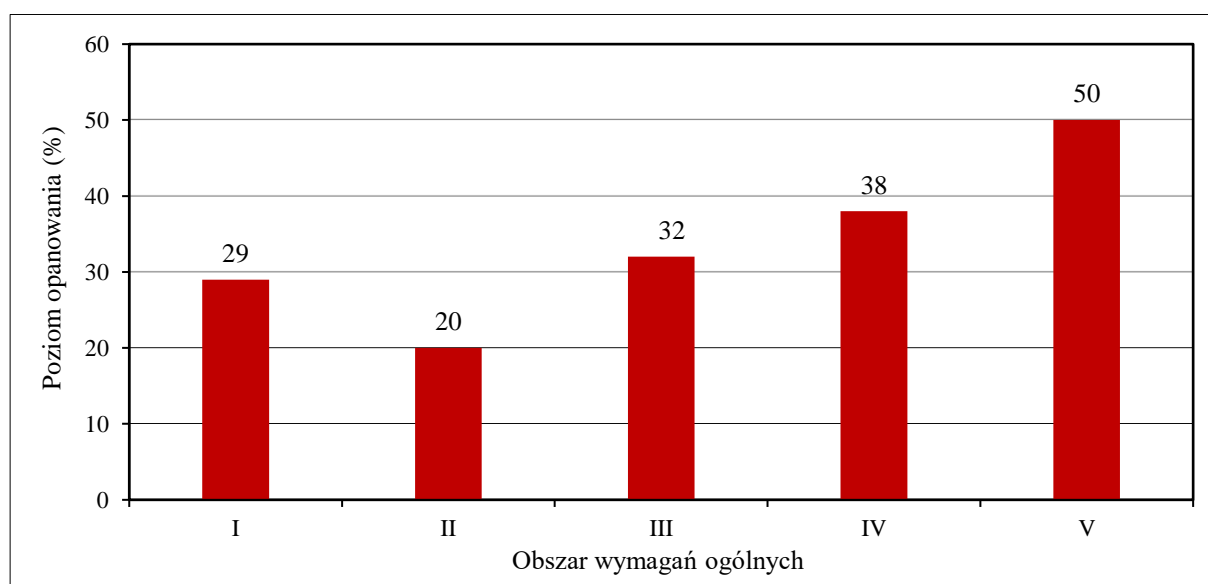
Nr zad.	Wymaganie ogólne	<b>Wymaganie szczegółowe</b> <i>Gdy wymaganie szczegółowe dotyczy materiału III etapu edukacyjnego, dopisano (G), a gdy zakresu podstawowego IV etapu, dopisano (P).</i> Zdający:	Poziom wykonania zadania (%)	
			kraj	woj.
6.1	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 3.1) oblicza pracę siły na danej drodze, 2.3) (G) opisuje wpływ wykonanej pracy na zmianę energii, 3.2) oblicza wartość energii kinetycznej i potencjalnej ciał w jednorodnym polu grawitacyjnym.	20	18
6.2	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 2.3) oblicza momenty sił, 2.4) analizuje równowagę brył sztywnych, w przypadku gdy siły leżą w jednej płaszczyźnie (równowaga sił i momentów sił), 2.5) wyznacza położenie środka masy.	10	9
6.3	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 2.3) oblicza momenty sił, 2.4) analizuje równowagę brył sztywnych, w przypadku gdy siły leżą w jednej płaszczyźnie (równowaga sił i momentów sił).	18	17
6.4	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 3.1) oblicza pracę siły na danej drodze, 2.4) analizuje równowagę brył sztywnych, w przypadku gdy siły leżą w jednej płaszczyźnie (równowaga sił i momentów sił).	7	7
7.1	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.10) wykorzystuje zasadę zachowania pędu [...] podczas zjawiska odrzutu, 2.3) (G) opisuje wpływ wykonanej pracy na zmianę energii.	49	51
7.2	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 1.10) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do obliczania prędkości ciał [...] podczas zjawiska odrzutu, 2.3) (G) opisuje wpływ wykonanej pracy na zmianę energii, 3.2) oblicza wartość energii kinetycznej ciał [...].	23	22
8.1	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego, 5.6) oblicza [...] pracę wykonaną w przemianie izobarycznej, 5.1) stosuje równanie stanu gazu doskonałego do wyznaczenia parametrów gazu.	53	52
8.2	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	5.10) Zdający analizuje przedstawione cykle termodynamiczne, oblicza sprawność silników cieplnych w oparciu o wymienione ciepło i wykonaną pracę.	50	47
8.3	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 5.1) stosuje równanie stanu gazu doskonałego do wyznaczenia parametrów gazu, 5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego,	20	18



Nr zad.	Wymaganie ogólne	<b>Wymaganie szczegółowe</b> <i>Gdy wymaganie szczegółowe dotyczy materiału III etapu edukacyjnego, dopisano (G), a gdy zakresu podstawowego IV etapu, dopisano (P).</i> Zdający:	<b>Poziom wykonania zadania (%)</b>	
			kraj	woj.
		5.6) oblicza zmianę energii wewnętrznej w przemianach izobarycznej i izochorycznej, 5.7) posługuje się pojęciem ciepła molowego w przemianach gazowych.		
9.1	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 1.2) (P) wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej, 1.1) wykonuje działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe), 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona.	12	13
9.2	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	6.3) Zdający oblicza okres drgań [...] wahadła matematycznego.	46	45
9.3	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 8.2) (G) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla wyniku doświadczenia, 12.7) krytycznie analizuje realność otrzymanego wyniku, 13.2) przeprowadza badania [...] polegające na opisie i analizie wyników [pomiarów] dotyczących: [...] ruchu wahadła.	38	42
10.1	V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.	8.5) Zdający oblicza opór zastępczy oporników połączonych szeregowo i równolegle.	51	51
10.2	V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.	Zdający: 12.2) samodzielnie wykonuje poprawne wykresy (właściwe oznaczenie i opis osi, wybór skali, oznaczenie niepewności punktów pomiarowych), 8.1) wyjaśnia pojęcie siły elektromotorycznej ogniwa, 8.4) stosuje prawa Kirchhoffa do analizy obwodów elektrycznych, 12.7) szacuje wartość spodziewanego wyniku obliczeń [...].	60	57
10.3	V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.	Zdający: 8.1) wyjaśnia pojęcie siły elektromotorycznej ogniwa i oporu wewnętrznego, 4.9) (G) stosuje prawo Ohma w prostych obwodach elektrycznych, 8.4) stosuje prawa Kirchhoffa do analizy obwodów elektrycznych, 12.3) przeprowadza złożone obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem.	30	29
11.1	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	10.6) Zdający stosuje prawa odbicia i załamania fal do wyznaczenia biegu promieni w pobliżu granicy dwóch ośrodków.	42	40
11.2	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 7.5) (G) opisuje (jakościowo) bieg promieni przy przejściu światła z ośrodka rzadszego do ośrodka gęstszego optycznie i odwrotnie,	35	31

Nr zad.	Wymaganie ogólne	<b>Wymaganie szczegółowe</b> <i>Gdy wymaganie szczegółowe dotyczy materiału III etapu edukacyjnego, dopisano (G), a gdy zakresu podstawowego IV etapu, dopisano (P).</i> Zdający:	Poziom wykonania zadania (%)	
			kraj	woj.
		8.2) (G) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla wyniku doświadczenia.		
12.1	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	6.12) Zdający opisuje fale stojące [...].	45	44
12.2	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	6.12) Zdający opisuje fale stojące [...].	22	18
12.3	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 6.12) opisuje fale stojące i ich związek z falami biegnącymi przeciwbieżnie, 6.8) stosuje w obliczeniach związek pomiędzy parametrami fali: długością, częstotliwością, okresem, prędkością.	20	17
13.1	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 3.1) (P) posługuje się pojęciami [...] jądro atomowe, 3.3) (P) wymienia właściwości promieniowania jądrowego $\alpha$ , 7.1) wykorzystuje prawo Coulomba, 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona.	20	21
13.2	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 3.1) (P) posługuje się pojęciami [...] jądro atomowe, [...] proton, [...] elektron; podaje skład jądra atomowego, 12.8) przedstawia [...] tezy poznanego artykułu popularnonaukowego z dziedziny fizyki.	27	28
13.3	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	3.1) (P) Zdający posługuje się pojęciami: [...] deficytu masy i energii wiązania.	40	41
13.4	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 3.1) (P) podaje skład jądra atomowego na podstawie liczby masowej i atomowej, 3.3) wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczania parametrów ruchu.	18	17
14	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 2.4) (P) wyjaśnia pojęcie fotonu i jego energii, 11.1) opisuje założenia kwantowego modelu światła, 11.3) stosuje zależność między energią fotonu a częstotliwością i długością fali [...].	15	15
15.1	II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.	Zdający: 4.5) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i wiąże je z pracą lub zmianą energii kinetycznej, 4.8) oblicza okresy obiegu planet i ich średnie odległości od gwiazdy, wykorzystując III prawo Keplera dla orbit kołowych,	46	47

Nr zad.	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe <i>Gdy wymaganie szczegółowe dotyczy materiału III etapu edukacyjnego, dopisano (G), a gdy zakresu podstawowego IV etapu, dopisano (P).</i> Zdający:	Poziom wykonania zadania (%)	
			kraj	woj.
		12.8) przedstawia [...] główne tezy poznanego artykułu popularnonaukowego z dziedziny fizyki lub astronomii.		
15.2	II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.	Zdający: 2.8) stosuje zasadę zachowania momentu pędu do analizy ruchu, 4.5) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i wiąże je z pracą lub zmianą energii kinetycznej, 3.3) wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczania parametrów ruchu.	11	9
16	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 11.5) określa długość fali de Broglie'a poruszających się cząstek, 6.10) opisuje zjawisko interferencji, wyznacza długość fali na podstawie obrazu interferencyjnego, 10.3) opisuje doświadczenie Younga.	37	35



Wykres 2. Poziom wykonania zadań w obszarze wymagań ogólnych w kraju

## Komentarz do wyników krajowych

W roku 2018 do egzaminu maturalnego z fizyki w nowej formule przystąpili po raz czwarty absolwenci liceów ogólnokształcących, a po raz trzeci – absolwenci techników. Egzamin w nowej formule odbył się tylko na poziomie rozszerzonym i okazał się dosyć trudny. Średni wynik, jaki osiągnęli wszyscy absolwenci (liceów oraz techników łącznie), wynosi 35%. Absolwenci liceów osiągnęli średni wynik 41%, natomiast absolwenci techników – 20%.

### 1. Analiza jakościowa zadań

Tegoroczny arkusz maturalny z fizyki składał się ogółem z 35 pojedynczych zadań, ujętych w 16 grup tematycznych, za które można było uzyskać łącznie 60 punktów. 7 zadań w arkuszu okazało się dla zdających bardzo trudne (poziom wykonania każdego z nich wyniósł poniżej 19%), 21 zadań było dla zdających trudne (poziom wykonania każdego z nich wyniósł od 20% do 49%), a 6 zadań okazało się umiarkowanie trudnymi (poziom wykonania każdego z nich wyniósł od 50% do 69%). Jedno zadanie, występujące jako pierwsze w arkuszu, było bardzo łatwe.

Rozkład punktacji na poszczególnych poziomach trudności przedstawia się następująco: całkowita liczba punktów, jakie można było uzyskać za zadania bardzo trudne, wynosiła 13 (co stanowi 22% maksymalnej liczby punktów możliwych do osiągnięcia); liczba punktów, jakie można było uzyskać w sumie za zadania trudne wynosiła 32 (to jest 53% punktów możliwych do osiągnięcia); a łączna liczba punktów, jakie można było uzyskać za zadania umiarkowanie trudne wynosiła 13 (czyli 22% punktów możliwych do zdobycia), natomiast za zadanie bardzo łatwe można było uzyskać 2 pkt (3% maksymalnej liczby punktów). Widzimy, że w arkuszu dominowały zadania trudne i umiarkowanie trudne – w sumie można było uzyskać za nie 75% maksymalnej liczby punktów, co oznacza, że miały one największy wpływ na całłościowy wynik z egzaminu. Bardzo podobny udział w arkuszu zadań trudnych i umiarkowanie trudnych był w ubiegłym roku (78% punktów możliwych do zdobycia).

Tegoroczny arkusz maturalny z fizyki zawierał 24 zadania otwarte, za które można było dostać w sumie 48 punktów (80% punktacji) oraz 11 zadań zamkniętych, za które można było dostać łącznie 12 punktów (20% punktacji). Poziom wykonania wszystkich zadań otwartych wyniósł 35%, a poziom wykonania wszystkich zadań zamkniętych wyniósł 35%.

Wśród wszystkich zadań wystąpiły zadania obliczeniowe oraz nieobliczeniowe. Przyjmujemy kryterium, że zadania obliczeniowe to te zadania otwarte, w których zdający – aby uzyskać punkty za rozwiązanie – musiał wykonać jakiegokolwiek obliczenia lub przekształcenia algebraiczne wzorów. W arkuszu znalazło się 13 zadań obliczeniowych (spośród wszystkich 35 zadań). Można było za nie uzyskać łącznie 29 punktów, co stanowi 48% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia. Poziom wykonania wszystkich zadań obliczeniowych w arkuszu wyniósł tylko 28%, a poziom wykonania zadań nieobliczeniowych – 41%. Niemal identyczny był udział zadań obliczeniowych w arkuszu w ubiegłym roku – znalazło się w nim 14 zadań obliczeniowych, za które można było uzyskać łącznie 28 punktów.

#### Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najslabiej

Najtrudniejszymi zadaniami w arkuszu okazały się kolejno: zadanie 6.4., zadanie 6.2., zadanie 15.2., zadanie 9.1., zadanie 14., zadanie 13.4., zadanie 6.3., zadanie 2., zadanie 13.1., zadanie 6.1., zadanie 12.3. i zadanie 8.3. Poziom wykonania każdego z tych zadań jest niższy od 21%, a średni poziom wykonania grupy wymienionych wyżej zadań wynosi 16%. Warto dodać, że wyniki, jakie zdający osiągnęli za te zadania, dobrze korelowały z wynikami z całego arkusza – to znaczy zadania dobrze różnicowały populację.

Zadania: 6.1., 6.2., 6.3., 6.4., 15.2., 9.1. i 12.3. dotyczyły mechaniki, w tym zagadnień związanych odpowiednio z: mechaniką bryły sztywnej, ruchem ciał w centralnym polu grawitacyjnym, ruchem wahadła oraz zjawiskiem fali stojącej. Cała wiązka zadań o numerze 6. (w tym najtrudniejsze: zadanie 6.4. oraz zadanie 6.2.) oraz zadania 15.2., 9.1. i 12.3. zostały szczegółowo omówione wraz z analizą rozwiązań zdających w dalszej części niniejszego opracowania w rozdziale **2. Problem „pod lupą”**. W tym miejscu zasygnalizujemy krótko tylko główne trudności, jakie sprawiły zdającym wymienione zadania.

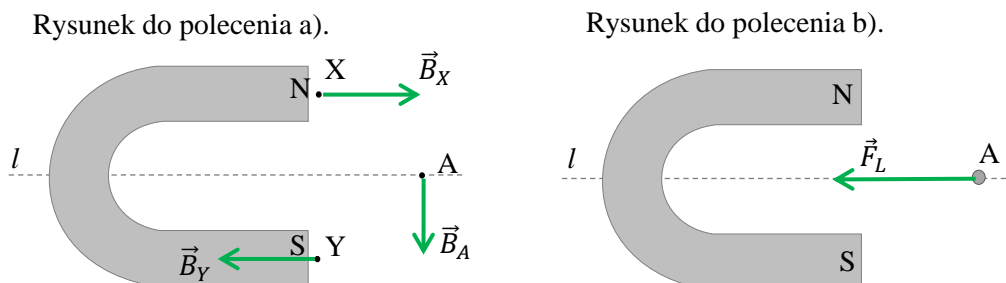
Zadania wiązki o numerze 6. wymagały zastosowania elementarnej, bardzo konkretnej, ściślej wiedzy z mechaniki bryły sztywnej oraz podstawowych umiejętności zastosowania metod matematycznych w fizyce (jak rozłożenie wektora na składowe). W tej wiązce zadań istotnymi trudnościami dla zdających było:

- 1) prawidłowe określenie, obliczenie i analizowanie pracy w polu grawitacyjnym – skorzystanie z faktu, że praca przeciwko sile grawitacji nie zależy od kształtu toru ruchu punktu przyłożenia siły albo punktu środka masy, tylko zależy od położenia początkowego i końcowego (zadania 6.1., 6.4.);
- 2) poprawne określenie i obliczenie momentów sił działających na sztywną belkę (zadanie 6.2.);
- 3) poprawne analizowanie równowagi bryły sztywnej – równowagi sił i momentów sił (zadania 6.3., 6.4.).

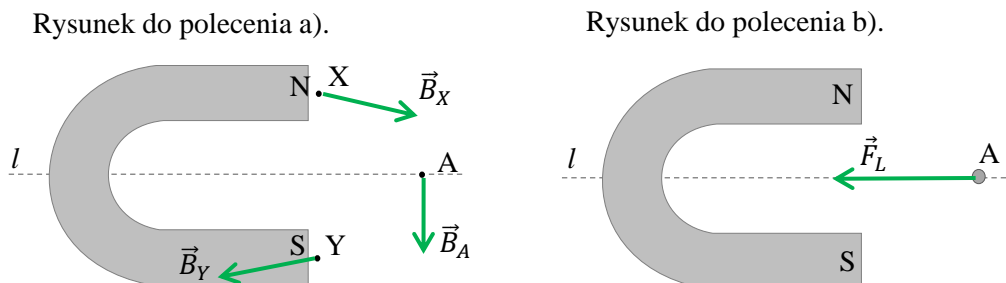
Największą trudnością dla zdających w zadaniu 15.2. okazało się zastosowanie zasady zachowania momentu pędu w ruchu Merkurego po opisanej w treści orbicie eliptycznej. W zadaniu 9.1. zdający niepoprawnie analizowali relacje (większy, mniejszy, równy) pomiędzy siłami działającymi na kulę zawieszoną na linie i wykonującą ruch wahadłowy po łuku okręgu – w chwili, gdy ta kula przechodzi przez najniższy punkt tego toru. Podobnie niski poziom wykonania miało zadanie 12.3. (20%), w którym zdający musieli udowodnić, że możliwe jest wytworzenie na strunie fali stojącej o częstotliwości 1575 Hz, wykorzystując informację o wartościach dwóch kolejnych częstotliwości fali stojącej. Jak już zostało wyżej wspomniane, zagadnienia te omówimy szerzej w problemie pod lupą.

Kolejnym trudnym zadaniem w arkuszu było zadanie 2. dotyczące magnetyzmu (poziom wykonania 20%). W zadaniu tym w poleceniu a) należało narysować wektory indukcji magnetycznej w wyznaczonych punktach pola magnetycznego magnesu podkowiastego, natomiast w poleceniu b) należało narysować wektor siły działającej na cząstkę o dodatnim ładunku w chwili, gdy cząstka przechodzi przez zadany punkt A, a jej prędkość jest skierowana prostopadłe za płaszczyznę rysunku. Prawidłowe rozwiązania powinny wyglądać jak poniżej (wektory indukcji magnetycznej w X, Y mogły być narysowane ukośne w dół).

#### Sposób 1.



#### Sposób 2.



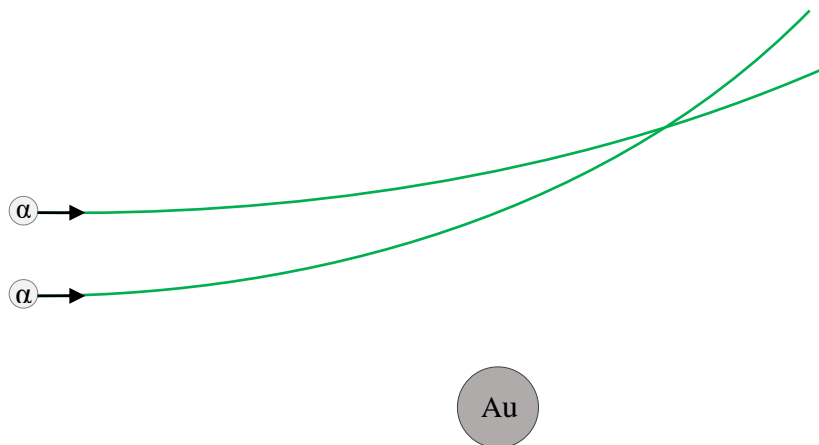
W treści zadania zamieszczono dodatkowe założenia o symetrycznym kształcie linii pola magnetycznego względem prostej  $l$  i braku innych pól. Wielu zdających nieprawidłowo rysowało wektory indukcji pola magnetycznego w wyznaczonych punktach. Nieprawidłowe rozwiązania polecenia a) mogą świadczyć o słabym opanowaniu wymagań szczegółowych w zakresie III etapu edukacyjnego (gimnazjum) zapisanych w treściach nauczania w pkt 5. Magnetyzm. W poleceniu b) zdający często nieprawidłowo rysowali kierunek lub zwrot wektora siły działającej na cząstkę. Ponadto

bardzo często narysowany kierunek i zwrot siły Lorentza działającej na cząstkę w punkcie A nie był zgodny z narysowanym w tym punkcie wektorem indukcji magnetycznej. Świadczy to o tym, że wielu zdających nie знаło lub nie potrafiło wykorzystać geometrycznego związku wiążącego wektor prędkości cząstki, wektor indukcji magnetycznej oraz wektor siły Lorentza.

W zadaniu 8.3. o równie niskim poziomie wykonania (20%) podano opis oraz przedstawiono wykresy cykli termodynamicznych dwóch silników cieplnych. Zadaniem maturzysty było wyznaczenie ciepła pobranego w przemianie izochorycznej w drugim silniku, jeżeli znana była ilość ciepła pobrana w podobnej przemianie izochorycznej w pierwszym silniku. Zdający musiał powiązać ze sobą dwie własności: 1) zależność ciepła pobranego w przemianie izochorycznej od przyrostu temperatury, 2) proporcjonalność przyrostu temperatury w przemianie izochorycznej do przyrostu ciśnienia – wynikającą z równania stanu gazu doskonałego. Oprócz polecenia „wyznacz” w zadaniu było także polecenie: „Powołaj się na odpowiednie zależności”. Niski poziom wykonania zadania (20%) wynikał między innymi z tego, że zdający podawali wynik bez przedstawienia toku rozumowania prowadzącego do wyniku – czyli nie wykonali drugiej części polecenia. Pomimo wyraźnie sformułowanego polecenia: „Powołaj się na odpowiednie zależności” oraz pomimo pkt 3. *Instrukcji dla zdających* na pierwszej stronie arkusza: „W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania [...]” zdający często podawali wynik bez żadnego komentarza i bez obliczeń. Problem zdających z przedstawianiem toku rozumowania (a także z wyjaśnianiem lub dowodzeniem) jest dosyć powszechny i zostanie omówiony w dalszej części opracowania, w problemie „pod lupą”.

Zadania 13.1., 13.4. oraz 14. dotyczyły fizyki współczesnej, w tym tematów związanych odpowiednio z fizyką jądrową oraz kwantową naturą światła.

Wiązka zadań o numerze 13. dotyczyła fizyki jądrowej. W tej wiązce najsłabiej wypadły zadania, które związane były z dynamiką oddziałujących jąder atomowych. Zadanie 13.1. miało poziom wykonania 20%, a zadanie 13.4. – 18%. Zadania 13.2. i 13.3. sprawdzały wiedzę z fizyki jądrowej, taką jak: budowa jądra atomowego, energia wiązania jądra atomowego, deficyt masy jąder atomowych i wypadły prawie dwukrotnie lepiej niż zadania 13.1. i 13.4. W zadaniu 13.1. zdający musiał uzupełnić rysunek o szkic torów ruchu dwóch cząstek  $\alpha$ , przelatujących (jedna po drugiej) w pobliżu jądra złota, przy czym jedna z cząstek przelatowała bliżej jądra. Dodatkowo w treści zadania napisano: „Zakładamy, że każda z cząstek  $\alpha$ , gdy przechodzi w pobliżu jądra, oddziałuje tylko z tym jednym jądrem złota, a ponadto jądro złota pozostaje nieruchome”. Poprawne rozwiązanie musiało uwzględniać następujące cechy torów ruchu: 1) tory ruchu obu cząstek musiały odchyłać się do góry na skutek odpychającego charakteru ich oddziaływania elektrycznego z jądrem złota; 2) tor ruchu cząstki przelatującej bliżej jądra złota powinien mieć większą krzywiznę. Ostatnie wynika z tego, że na cząstkę bliżej jądra działa większa siła, która powoduje większą zmianę pędu cząstki w kierunku tej siły, co oznacza, że tor ruchu tej cząstki będzie bardziej zakrzywiony.



Aby prawidłowo rozwiązać omówione zadanie zdający musiał powiązać i wykorzystać wiedzę o tym, że: 1) ładunki jąder są dodatnie, 2) oddziaływanie pomiędzy odległymi jądrami jest Coulombowskie i maleje ze wzrostem odległości, 3) siły o większych wartościach powodują większe zakrzywienie toru ruchu cząstek o tych samych masach i prędkościach początkowych. Część zdających nie uwzględniała tego, że ładunki cząstki alfa i jądra złota są dodatnie i ciała te odpychają się. Świadczy o tym nieprawidłowe rozwiązania przedstawiające tory zakrzywione w stronę jądra (choć uwzględniające większe zakrzywienie toru cząstki biegnącej bliżej jądra złota), jak gdyby oddziaływanie cząstki  $\alpha$  z jądrem złota miało być przyciągające (co jest nieprawdziwe).

W zadaniu 13.4. maturzyści musieli obliczyć początkową energię kinetyczną cząstki  $\alpha$ , aby mogła ona zbliżyć się centralnie w kierunku jądra złota na odległość równą  $4 \cdot 10^{-14}$  m. W tym celu należało zastosować zasadę zachowania energii mechanicznej i porównać energię (kinetyczną) w chwili początkowej do energii (potencjalnej) w momencie zbliżenia się na zadaną odległość. Wzór na energię potencjalną podany był w treści zadania. Zasadniczą trudnością zadania było dla zdających skorzystanie z zasady zachowania energii oraz identyfikacja wartości ładunków cząstki  $\alpha$  i jądra złota (w celu poprawnego zastosowania wzoru na energię potencjalną). Większość nieprawidłowych rozwiązań wiązała się z tymi właśnie trudnościami. Często po pokonaniu zasadniczych trudności zadania zdający popełniali elementarne błędy rachunkowe (w tym związane z prowadzeniem rachunku w potęgach liczby 10) lub nie przeliczali wyniku z dżuli na elektronowolty.

Do poprawnego rozwiązania zadań 13.1. i 13.4. wystarczało powiązać elementarne wiadomości z mechaniki i elektrostatyki.

Zadanie 14. okazało się dla zdających bardzo trudne. W treści tego zadania było napisane, że źródło światła  $Z_1$  emituje światło czerwone, a źródło światła  $Z_2$  – zielone, oraz że oba źródła emitują światło z tą samą mocą. Zdający musiał wybrać prawidłowe dokończenie zdania oraz jego poprawne uzasadnienie spośród podanych możliwości: „Liczba fotonów emitowanych w jednostce czasu przez źródło  $Z_1$  w porównaniu z liczbą fotonów emitowanych w jednostce czasu przez źródło  $Z_2$  jest”

A.	większa,	ponieważ	1.	światło emitowane przez źródło $Z_1$ ma mniejszą częstotliwość.
B.	mniejsza,		2.	światło emitowane przez źródło $Z_1$ ma większą częstotliwość.
C.	taka sama,		3.	wartości mocy, z jakimi źródła emitują światło, zależą tylko od liczby fotonów wysyłanych w jednostce czasu.

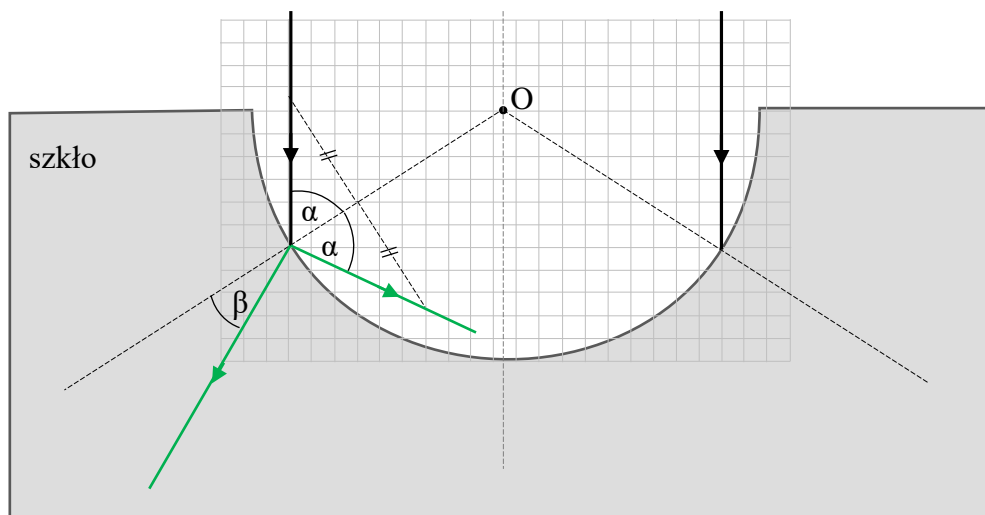
Prawidłowe rozwiązanie zadania wymagało prostej kompilacji wiedzy o trzech wielkościach: 1) moc wiązki światła monochromatycznego zależy od liczby fotonów emitowanych w jednostce czasu oraz od energii pojedynczych fotonów, 2) energia pojedynczego fotonu, zgodnie ze wzorem Plancka, zależy od jego częstotliwości, 3) częstotliwość światła czerwonego jest mniejsza niż częstotliwość światła zielonego. W związku z tym, jeśli oba źródła emitują światło z tą samą mocą, a częstotliwości fotonów „czerwonych” emitowanych ze źródła  $Z_1$  są mniejsze, to „fotonów czerwonych” musi być więcej. Nieznajomość pojęcia mocy, lub nieznajomość wzoru Plancka, albo związku pomiędzy długością i częstotliwością fali świetlnej, praktycznie uniemożliwiła zdającym otrzymanie punktu za to zadanie. Poziom wykonania tego zadania jest równy 15% (natomiast przy całkowicie losowym wyborze odpowiedzi wynosiłby 11%).

Z powyższej analizy wynika, że trudność zadania wydaje się być związana nie tyle z konkretnym działem fizyki, co typem zadania. Najslabiej wypadają zadania, w których zdający musi rozwiązać zagadnienie, dokonując kompilacji kilku zależności lub praw fizycznych lub zadania, w których należy zastosować prawo lub zasadę fizyczną, ale w nowym dla zdających kontekście.

Pośród najtrudniejszych zadań w arkuszu kilka dotyczyło uzupełnień podanych rysunków o: wektory sił (zadanie 2., zadanie 9.1.), wektory indukcji magnetycznej (zadanie 2.), tory ruchu (zadanie 13.1.). Rozwiązanie każdego z tych zadań polegało na odpowiednim narysowaniu kilku strzałek lub krzywej, dlatego też zadania te mogły być w powszechnym odbiorze uważane za bardzo proste. Rzeczywistość pokazuje, że jest inaczej – poziom wykonania grupy tych zadań wyniósł tylko 18%. Te wydawałoby się jakże proste do wykonania czynności (narysowanie odpowiedniej strzałki czy też krzywej) wymagają jednak prawdziwego rozumienia zjawisk – rozumienia na poziomie pozawerbalnym, rozumienia związanego z „dostrzeganiem” fizycznej istoty rzeczy. W zadaniach tego typu nie będzie przydatne werbalne opanowanie reguł opisujących prawa, czy zapamiętanie wzorów (które zdający czasem stosują bez zastanowienia). Ten typ zadań dobrze sprawdza, czy zdający potrafi po pierwsze odnaleźć odpowiednie prawo, jakie należy zastosować, i po drugie – czy potrafi z niego skorzystać.



Przy analizie nieprawidłowych rozwiązań zadań warto omówić zadanie 11.1. Poziom wykonania tego zadania nie był niski (42%), jednak pewien szczególny rodzaj popełnianych przez zdających błędów wymaga szerszego komentarza. W zadaniu należało dorysować dalszy bieg promienia padającego pionowo z powietrza na kuliste zagłębienie wydrążone w szklanym bloku. Prawidłowe rozwiązanie przedstawia rysunek poniżej: promień odbija się pod kątem równym kątowi padania i kieruje się ukośnie w dół (prawo odbicia), natomiast kąt załamania promienia, który wniknął do szkła, jest mniejszy od kąta padania (co wynika z prawa Snelliusa i z tego, że prędkość światła w szkło jest mniejsza od prędkości światła w powietrzu).

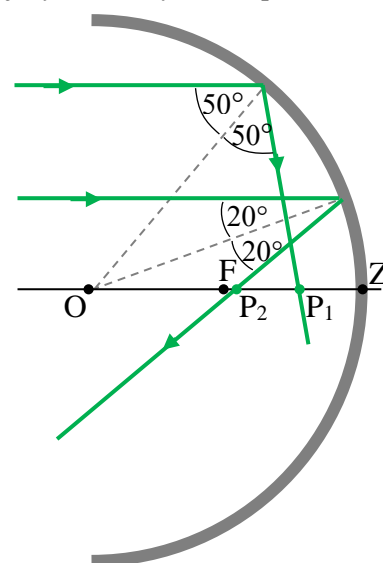


Maturzyści często popełniali w tym zadaniu poważny błąd. Zamiast zgodnie z prawem odbicia narysować promień odbity pod tym samym kątem co padający, to zdający często rysowali promień odbity przechodzący przez punkt leżący na osi symetrii w odległości  $R/2$  od granicy ośrodków (dorysowany promień odbity biegł poziomo). Takie rozwiązania świadczą o bezkrytycznym zastosowaniu modelu zwierciadła sferycznego wklęsłego. Zwierciadło sferyczne ogniskuje, ale w sensie przybliżonym i tylko wiązkę promieni równoległych biegnących tuż przy osi optycznej. Wzór w tym modelu:  $f = |FZ| = R/2$ , na odległość ogniska  $F$  od zwierciadła sferycznego wklęsłego, jest wzorem przybliżonym, który ma zastosowanie dla promieni padających pod małym kątem, czyli biegnących tuż przy osi optycznej (ilustruje to rysunek obok: punkt przecięcia z osią optyczną promienia odbitego pod mniejszym kątem (np.  $20^\circ$ ) jest bliżej punktu  $F$  niż punkt przecięcia z osią optyczną promienia odbitego pod większym kątem (np.  $50^\circ$ )). Można łatwo wykazać, że odległość punktu  $P$  (punktu przecięcia promienia odbitego z osią zwierciadła) od punktu  $Z$  (punktu zwierciadła na osi optycznej) zależy od kąta padania  $\alpha$  (dla  $\alpha \leq 60^\circ$ ) w następujący sposób:

$$|PZ| = R - |OP| = R - \frac{R}{2 \cos \alpha}$$

Ten elementarny fakt należy podkreślać. Zdający nie ocenili zakresu stosowalności wzoru w modelu zwierciadła wklęsłego sferycznego. Promień padający był tak daleko odsunięty od osi optycznej, że narysowanie promienia odbitego przechodzącego przez punkt na osi symetrii odległy o  $R/2$  od granicy ośrodków było błędem, gdyż wyrażnie łamało podstawowe w tym przypadku prawo – prawo odbicia.

Problem zdających z określaniem zakresu stosowalności modeli w fizyce oraz ze stosowaniem praw podstawowych opisany został szerzej w sprawozdaniu (w części **2. Problem „pod lupą”**) z egzaminu maturalnego w 2017 roku ([kliknij, aby zobaczyć sprawozdanie z roku 2017](#)).



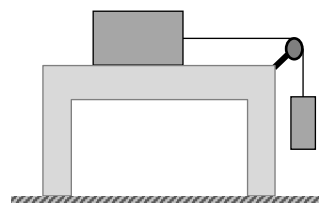


**Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najlepiej**

Zadania, które uzyskały wysoki poziom wykonania (powyżej 50%) to: 1.1. (poziom wykonania – 94%), 1.2. (poziom wykonania – 62%), 5.2. (poziom wykonania – 52%) oraz 8.1. (poziom wykonania – 53%), 10.1. (poziom wykonania – 51%), 10.2. (poziom wykonania – 60%).

We wstępie do zadań 1.1. i 1.2. opisany był ruch dwóch samochodów: „Pierwszy samochód ruszył i jadąc ze stałym przyspieszeniem, rozpędził się w czasie 2 s do prędkości o wartości  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Następnie przez 6 s jechał ze stałą prędkością, a potem przez 2 s hamował ze stałym opóźnieniem, aż do zatrzymania się. Drugi samochód ruszył równocześnie z pierwszym. Przez pierwszą połowę czasu trwania ruchu rozpędzał się ze stałym przyspieszeniem, a potem hamował ze stałym opóźnieniem, aż do zatrzymania się. Oba samochody przebyły tę samą drogę w tym samym czasie.” W zadaniu 1.1. należało narysować wykres zależności prędkości od czasu pierwszego samochodu, natomiast w zadaniu 1.2. trzeba było obliczyć drogę, jaką przebył pierwszy samochód oraz maksymalną wartość prędkości drugiego samochodu. Wysoki poziom wykonania obu zadań – w szczególności prostego zadania 1.1. – świadczy o tym, że typowe zagadnienia związane z kinematyką ruchów jednostajnie zmiennych oraz ruchów jednostajnych są dosyć dobrze opanowane przez zdających.

Kolejnym zadaniem w arkuszu, które miało wysoki poziom wykonania, było zadanie 5.2. (poziom wykonania – 52%). Zadanie dotyczyło układu dwóch pudełek połączonych linką przerzuconą przez bloczek. Jedno pudełko (górne) spoczywało na płaskim blacie stołu, a drugie pudełko (dolne) zwisało swobodnie na linie (patrz rysunek obok). W górnym pudełku znajdował się 1 kg piasku, a w dolnym – 0,2 kg piasku. Współczynnik tarcia statycznego górnego pudełka o blat stołu wynosił



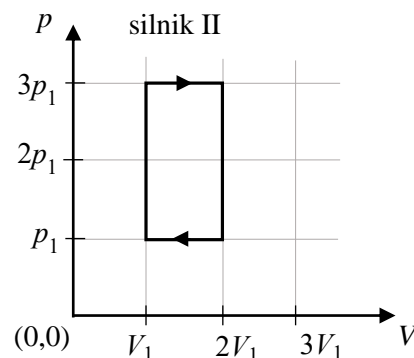
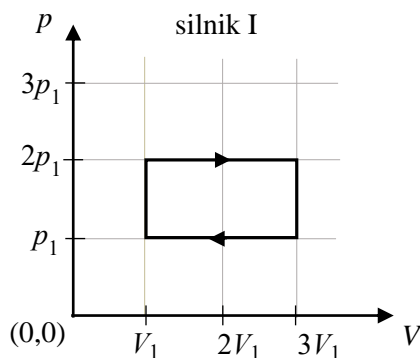
0,25. Cały układ pozostawał w spoczynku. W poleceniu zadania należało obliczyć minimalną masę piasku, jaką należy dosypać do dolnego pudełka, aby oba pudełka zaczęły się poruszać. Aby rozwiązać prawidłowo zadanie należało dokonać analizy sił w opisanym układzie: zastosować zasady dynamiki (pierwszą i trzecią) oraz wzór na maksymalną siłę tarcia statycznego. Zadanie to potwierdziło, że typowe sytuacje związane z dynamiką nie stanowią dla zdających większych problemów. W poprawnych rozwiązaniach zdający zapisywali żądany warunek w formie nierówności lub równości (oba rozwiązania były akceptowane).

Warto przy okazji wspomnieć, że zadanie zamknięte 5.1. nie wypadło już tak dobrze (poziom wykonania – 34%). Zdający musiał tam wybrać prawidłowe dokończenie zdania oraz jego poprawne uzasadnienie spośród podanych możliwości: „W opisaney sytuacji, gdy oba pudełka się nie poruszają, wartość siły tarcia działającej na górne pudełko jest równa około”

A.	2 N	ponieważ	1.	taka jest wartość ciężaru piasku w górnym pudełku.
B.	2,5 N		2.	wynika to ze wzoru na wartość maksymalnej siły tarcia.
C.	10 N		3.	taka jest wartość ciężaru piasku w dolnym pudełku.

W tym zadaniu należało dokonać analizy sił, ale w sytuacji, gdy siła tarcia statycznego nie osiągnęła wartości maksymalnej. Zdający często wybierali błędną odpowiedź B2, ponieważ przyjmowali do obliczeń wzór  $T = \mu_s mg$  na maksymalną wartość siły tarcia statycznego i otrzymywali wynik 2,5 N. W przypadku zjawiska opisanego w zadaniu 5.1. siła tarcia statycznego nie osiągnęła wartości maksymalnej, dlatego użycie przywołanego wzoru jest nieprawidłowe. (Z kolei w przypadku zjawiska opisanego w zadaniu 5.2. siła tarcia osiągnęła wartość maksymalną).

Zadanie 8.1. z termodynamiki uzyskało poziom wykonania 53%. We wstępie do zadania przedstawiono na wykresach cykle termodynamiczne dwóch silników cieplnych.

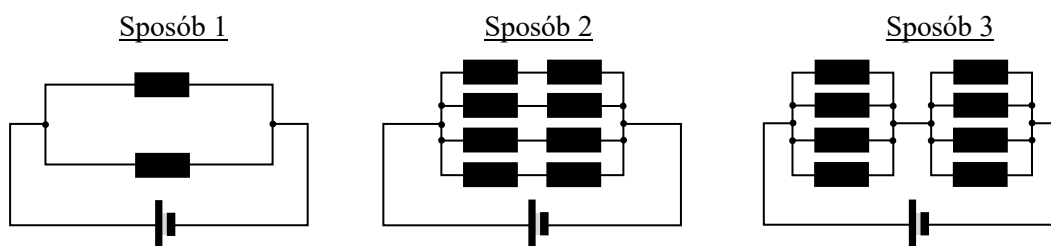


Na podstawie informacji zawartych na wykresach należało ustalić i podkreślić w poniższych zdaniach właściwe określenia, tak aby relacje pomiędzy wielkościami dotyczącymi obu silników były prawdziwe.

1. Praca całkowita wykonana w jednym cyklu przez silnik I jest (*mniejsza niż / taka sama jak / większa niż*) praca całkowita wykonana w jednym cyklu przez silnik II.
2. Maksymalna temperatura gazu w silniku I jest (*mniejsza niż / taka sama jak / większa niż*) maksymalna temperatura gazu w silniku II.

Udzielenie prawidłowych odpowiedzi wymagało przeanalizowania danych na wykresach w kontekście dwóch faktów wiążących odpowiednie wielkości fizyczne: 1) iloczyn ciśnienia i objętości ustalonej masy gazu doskonałego jest proporcjonalny do temperatury, 2) praca całkowita w dowolnym cyklu jest równa polu obszaru ograniczonego wykresem cyklu.

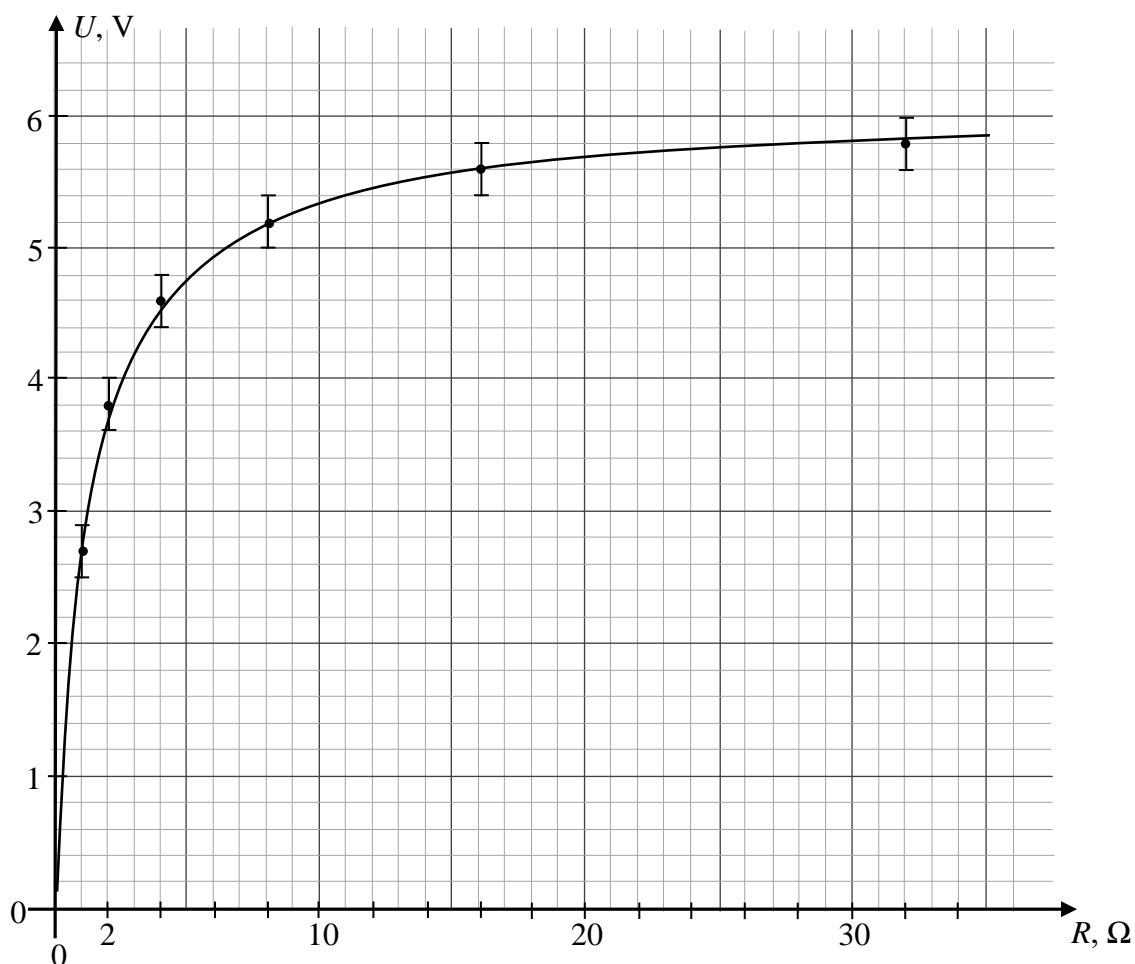
Wiązka zadań 10. dotyczyła analizy opisanego w treści doświadczenia, w którym wyznaczano siłę elektromotoryczną i opór baterii. We wstępie do zadania napisano: „Do pomiaru siły elektromotorycznej (SEM) i oporu wewnętrznego baterii zastosowano woltomierz i zestaw 8 oporników o oporze  $4\ \Omega$  każdy. Wykonano sześć pomiarów. Odpowiednio łączono różne liczby oporników, dzięki czemu za każdym razem otrzymywano układ o innym oporze zastępczym. Następnie mierzono napięcie  $U$  pomiędzy biegunami ogniwa, gdy dołączono do niego układ oporników o danym oporze zastępczym  $R$ . Wyniki kolejnych pomiarów przedstawiono w tabeli. Pomiary napięć wykonano z dokładnością do  $0,2\ \text{V}$ .” W treści informacji wstępnej podano również, że wartości oporów w tabeli są dokładne. W zadaniu 10.1. (poziom wykonania 51%) zdający mieli narysować jeden z możliwych schematów obwodu z opornikami, w którym wykonano drugi pomiar.



Zdający musieli najpierw odczytać w tabeli wartość oporu zastępczego dla tego pomiaru, uwzględnić właściwe połączenie oporników i narysować jeden z możliwych sposobów połączeń. Część zdających rysowała, mimo wyraźnego polecenia (narysuj jeden z możliwych schematów) dwa lub trzy układy. Takie „nadmiarowe rozwiązanie” jest ryzykowne, ponieważ w przypadku narysowania jednego poprawnego i drugiego błędnego schematu połączeń zdający zgodnie z zasadami oceniania nie otrzyma punktu, mimo, że jeden ze schematów jest poprawny.

Podobnie nie najgorzej wypadło zadanie 10.2. Na podstawie tabeli z wartościami oporów zastępczych układu oporników oraz napięć na danym układzie oporników należało w poleceniu a) wykonać wykres zależności  $U(R)$ . Większość zdających poprawnie rysowała wykres. W nieprawidłowych rozwiązaniach często można było spotkać się z: 1) zamianą osi (rysowano wtedy zależność  $R(U)$  a nie  $U(R)$ ), 2) niepoprawnym rysowaniem krzywej złożonej z odcinków prostych łączących punkty pomiarowe, 3) błędnym naniesieniem punktów pomiarowych, 4) błędnym naniesieniem lub nieuwzględnieniem

niepewności pomiarowych. Prawidłowo narysowany wykres powinien przypominać gałąź hiperboli. (W istocie można łatwo wykazać, że zależność napięcia od oporu jest postaci  $U(R) = \frac{R\varepsilon_{SEM}}{R+r}$ , czyli zależność tę opisuje funkcja homograficzna). W poleceniu b) zdający musiał oszacować na podstawie wykresu wartość SEM baterii. W tym celu należało sobie uświadomić, że dla dużych wartości  $R$  (dużo większych od  $r$ ), napięcie  $U$  na oporze  $R$  będzie tylko nieznacznie mniejsze od wartości SEM ogniwa. W związku z tym, aby oszacować wartość SEM wystarczyło na wykresie zobaczyć, że dla dużych  $R$  napięcie zbliża się do 6 V.



Zadania, w których należy wykonać wykresy sprawdzają opanowanie wymagań przekrojowych zapisanych w *Podstawie programowej* (2. samodzielnie wykonuje poprawne wykresy (właściwe oznaczenie i opis osi, wybór skali, oznaczenie niepewności punktów pomiarowych)). Na podstawie wyników zadania 1.1. oraz 10.1. można stwierdzić, że ten rodzaj zadań został opanowany przez zdających dosyć dobrze.

## 2. Problem „pod lupą”

### Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie

Pierwszy cel kształcenia zapisany w *Podstawie programowej przedmiotu fizyka* w wymaganiach ogólnych IV etapu edukacyjnego na poziomie rozszerzonym nawiązuje do podstawowej roli fizyki jako nauki. Fizyka jest nauką przyrodniczą, która zajmuje się wyjaśnianiem, przewidywaniem oraz opisem procesów i zjawisk w otaczającej nas rzeczywistości. Zjawiska i procesy opisuje się pojęciami fizycznymi, a ich przebieg przewiduje i wyjaśnia za pomocą praw o charakterze podstawowym lub wynikających z nich zasad. Pierwsze wymaganie ogólne dotyczy właśnie tych fundamentalnych kompetencji: znajomości pojęć i praw fizyki oraz umiejętności wykorzystania tych pojęć i praw do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.

Jest to najważniejsze z wymagań, które muszą opanować uczniowie w szkole na lekcjach fizyki, aby mogli oni sprostać kolejnym – bardziej wyspecjalizowanym – wymaganiom jak: wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków; budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk; planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników; czy analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.

Każdy dział fizyki ma swój „zestaw” pojęć fizycznych – pojęć opisujących wielkości, które można mierzyć w danym zjawisku fizycznym, lub pojęć opisujących pewne wyodrębnione atrybuty zjawiska. Ponadto każdy dział fizyki posiada także swój zestaw praw fizycznych, którym podlegają owe wielkości fizyczne. Prawa fizyczne pozwalają przewidywać i wyjaśniać przebieg zjawisk i procesów. Podkreślamy, że fizyka używa bardzo specyficznego języka ściśle określonych pojęć. W szczególności pojęcia fizyczne należy bezwzględnie oddzielać i odróżniać od czasem podobnych w brzmieniu słów i wyrażeń używanych w języku urzędowym, potocznym lub literackim. Przykładowo, w języku fizyki nie można powiedzieć, że „jest ciepło” (ciepło jest formą wymiany części energii wewnętrznej pomiędzy układami, a nie jest parametrem stanu układu) albo, że „jest wykonywana praca” gdy działa siła a nie ma ruchu, albo, że siła działa „mocno”. Podobnie nie można „wyjaśniać” zjawisk i procesów fizycznych w oparciu o bliżej nieokreślone „intuicje” czy asocjacje z życia codziennego.

Pojęciami używanymi do opisu zjawisk i przebiegu procesów w mechanice są: układ odniesienia, układ współrzędnych, położenie, tor, droga, czas, prędkość, przyspieszenie, masa, siła, moment siły (także punkt przyłożenia siły, ramię siły), pęd, moment pędu, pole sił, energia kinetyczna, energia potencjalna, praca siły, moc. Każde z tych pojęć posiada ścisłą definicję. Prawami o charakterze podstawowym, za pomocą których przewiduje i wyjaśnia się zjawiska mechaniczne są zasady dynamiki (ruchu postępowego i obrotowego), a także wynikające z nich przy pewnych warunkach zasady zachowania, jak: zasada zachowania pędu, zasada zachowania momentu pędu, zasada zachowania energii czy też związek pracy ze zmianą energii mechanicznej.

Z kolei prawami o charakterze podstawowym, z których wyznacza się postaci sił są np. prawo powszechnej grawitacji Newtona, prawo Coulomba, wzór na siłę Lorentza. Na podstawie zasad dynamiki, gdy znane jest położenie i prędkość początkowa ciała oraz siły działające na to ciało, można wyznaczyć dalszy ruch ciała – to znaczy przyszłą zależność położenia ciała od czasu. Odwrotny zabieg też jest możliwy: gdy znany jest przebieg ruchu ciała względem układu inercyjnego, to można wyznaczyć – z tychże praw ruchu – siłę wypadkową działającą na ciało podczas ruchu. Ponadto z siłami szczególnego rodzaju związane są szczególne własności ruchów: np. siły proporcjonalne i przeciwne do wektora położenia powodują ruchy drgające, siły działające na ciało i skierowane do jednego punktu centralnego (np. siły grawitacji) nie zmieniają momentu pędu ciała, a w ruchu po okręgu działa siła dośrodkowa. Opisanych powyżej zagadnień dotyczą zadania w wiązkach o numerach: 4, 5, 6, 7, 9, 15.

Podamy jeszcze jeden przykład. Pojęciami używanymi do opisów procesów i zjawisk termodynamicznych są: układ termodynamiczny, objętość, masa, gęstość, ciśnienie, równowaga cieplna, temperatura, siła parcia, ciepło, energia wewnętrzna, praca, ciepło właściwe, itp. Prawami opisującymi stan układu termodynamicznego i procesy termodynamiczne są przykładowo: równanie stanu, pierwsza zasada termodynamiki, druga zasada termodynamiki. Podobnie jak w przypadku

opisanych wyżej zjawisk mechanicznych, gdy znane są niektóre parametry początkowe układu termodynamicznego oraz sposób jego interakcji z otoczeniem (jak wymiana ciepła i wykonanie pracy), to z praw termodynamiki można wyznaczyć inne parametry termodynamiczne i przewidzieć dalszy przebieg procesu termodynamicznego, jakiemu podlega układ. Odwrotny zabieg również jest możliwy – gdy znany jest przebieg procesu termodynamicznego, to można określić wymienione przez układ ciepło z otoczeniem oraz wykonaną pracę. Opisanych zagadnień dotyczyła omówiona w poprzedniej części opracowania wiązka zadań o numerze 8.

Zadania w arkuszu maturalnym sprawdzają realizację wszystkich celów kształcenia wymienionych w wymaganiach ogólnych i obejmują treściami różne działy fizyki. W tej części opracowania postanowiliśmy wziąć „pod lupę” i przeanalizować bardziej szczegółowo wybrane zadania, w których zdający musiał wykazać się znajomością pojęć i praw fizyki oraz umiejętnością wykorzystania tych pojęć i praw do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.

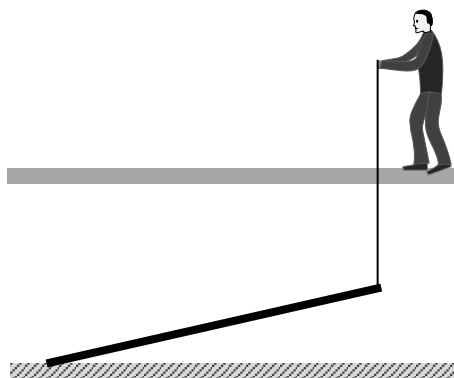
Jak wspominaliśmy w poprzedniej części tego opracowania (**1. Analiza jakościowa zadań**), poniżej przeprowadzimy dokładną analizę kilku zadań, wybranych spośród najtrudniejszych w arkuszu. Będą to zadania o numerach: 6.1., 6.2., 6.3., 6.4., 15.2., 9.1. i 12.3. – każde z nich uzyskało poziom wykonania poniżej 21%. Zadania te dotyczyły zagadnień związanych odpowiednio z: mechaniką bryły sztywnej, ruchem ciał w centralnym polu grawitacyjnym, ruchem wahadła oraz zjawiskiem fali stojącej.

Szczególne uwagę poświęcimy zadaniu 6. We wstępie tego zadania podany był opis zagadnienia.

#### **Zadanie 6.**

Pracownik na budowie miał podnieść do pozycji pionowej długą, jednorodną, sztywną i cienką deskę o masie 20 kg i długości 4 m. Początkowo deska leżała na płaskim, poziomym podłożu. Aby ułatwić sobie pracę, pracownik przymocował linę do jednego końca deski i powoli zaczął ciągnąć tę linę w górę.

W trakcie podnoszenia deski pracownik przemieszczał się po podeście do przodu tak, że lina utrzymywała cały czas kierunek pionowy, a drugi koniec deski opartej o ziemię się nie przesuwał (zobacz rysunek). W obliczeniach pominąć masę liny.



W zadaniu 6.1 należało obliczyć pracę siły, z jaką pracownik działał na deskę – pracę wykonaną podczas ustawiania deski od pozycji leżącej do pionowej.

#### **Zadanie 6.1. (0–2)**

**Oblicz pracę siły, z jaką pracownik działał na deskę w opisany sposób – pracę wykonaną podczas ustawiania deski od pozycji leżącej do pionowej.**

Pokonaniem zasadniczej trudności zadania było skorzystanie z faktu, że praca przeciwko sile grawitacji nie zależy od kształtu toru ruchu punktu przyłożenia siły (albo punktu środka masy ciała), tylko zależy od położenia początkowego i końcowego ciała. Najczęściej stosowaną prawidłową metodą rozwiązania było skorzystanie z definicji energii potencjalnej bryły sztywnej: praca wykonana przeciwko sile grawitacji (równoważnie – praca siły grawitacji z minusem) równa jest zmianie energii potencjalnej bryły. Należało przy tym pamiętać, że energia potencjalna bryły w jednorodnym polu grawitacyjnym jest równa energii potencjalnej jaką miałby punkt środka masy o masie bryły. Innym, rzadziej spotykanym rozwiązaniem, było obliczenie pracy siły wzdłuż toru jaki zakreśla punkt przyłożenia siły – wprost z definicji pojęcia pracy. Niektórzy – bardzo pomysłowo – zamieniali ćwierć-okrąg, jaki zakreśla punkt przyłożenia siły (punkt mocowania liny do deski) na odcinek prosty łączący położenie początkowe i końcowe punktu zaczepienia siły. Można tak zrobić na mocy niezależności pracy w polu grawitacyjnym od kształtu toru. Poniżej trzy sposoby rozwiązania zadania.

Sposób 1. (ze zmiany energii potencjalnej deski)

Praca, jaka musi zostać wykonana, jest równa zmianie energii potencjalnej deski. Środek masy deski przebywa w pionie drogę równą połowie długości deski, zatem:

$$W_F = mg\Delta h_{SM}, \quad \Delta h_{SM} = \frac{l}{2} \quad \rightarrow \quad W_F = mg \frac{l}{2}$$

$$W_F = 20 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} = 392 \text{ J} \approx 400 \text{ J}$$

Sposób 2. (ze wzoru na pracę siły grawitacji)

Na deskę działają trzy siły: ciężar ( $\vec{Q}$ ), siła z jaką pracownik działa na linę ( $\vec{F}$ ), siła reakcji podłoża ( $\vec{R}$ ). Wypadkowa tych sił wynosi zero, zatem suma prac tych sił także wynosi zero:

$$W_F + W_Q + W_R = 0$$

Zanotujmy, że praca siły reakcji podłoża wynosi zero (punkt przyłożenia siły reakcji jest nieruchomy), zatem:

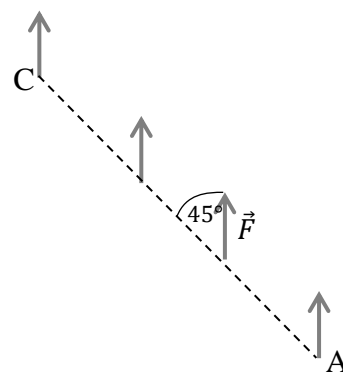
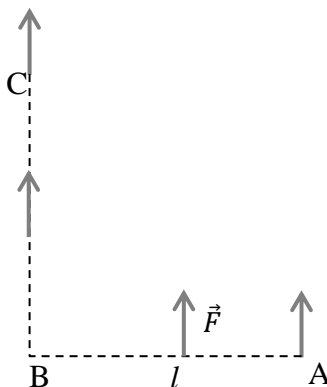
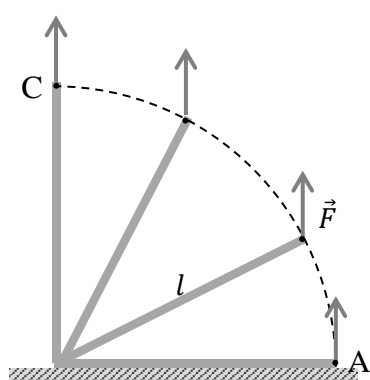
$$W_F = -W_Q$$

Teraz obliczymy pracę siły grawitacji wzdłuż ćwierć-okręgu, jaki zakreśla punkt przyłożenia tej siły (czyli środek masy deski). Praca siły grawitacji nie zależy od drogi, dlatego wystarczy obliczyć pracę siły grawitacji wzdłuż pionowego odcinka o długości  $l/2$ . (Zanotujmy, że praca siły grawitacji jest tutaj ujemna).

$$W_F = -W_Q = -\left(-mg \cdot \frac{l}{2}\right) \approx 400 \text{ J}$$

Sposób 3. (ze wzoru na pracę siły, z jaką pracownik działał na deskę)

Oznaczmy przez  $\vec{F}$  siłę, z jaką pracownik działa na linę (równa sile naprężenia liny). Należy obliczyć pracę siły wzdłuż toru (ćwierć-okręgu), jaki przebywa punkt przyłożenia tej siły. Ponieważ składowa siły styczna do ćwierć-okręgu zmienia się w czasie podnoszenia deski, to do obliczenia pracy wygodnie będzie skorzystać z faktu, że praca takiej samej siły wzdłuż innego toru łączącego punkt początkowy i końcowy (np. wzdłuż odcinków AB, BC lub AC – zobacz odpowiednio drugi i trzeci rysunek poniżej) byłaby taka sama.

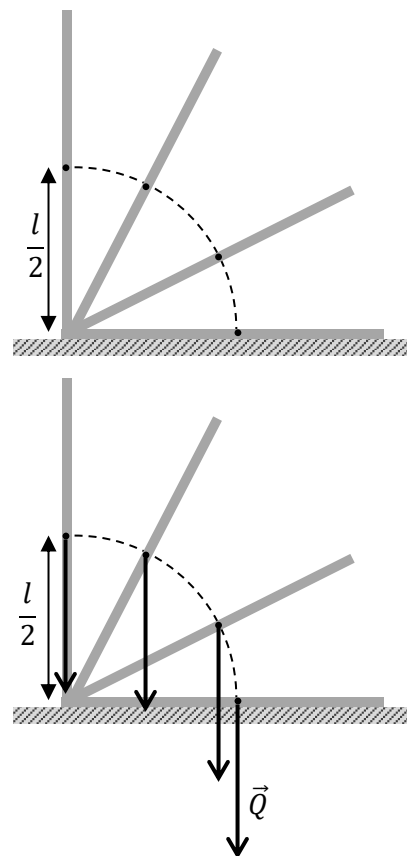


Skorzystamy z definicji pracy i obliczymy pracę siły  $\vec{F}$  wzdłuż toru ABC:

$$W = W_{AB,BC} = F \cdot |AB| \cdot \cos 90^\circ + F \cdot |BC| \cdot \cos 0^\circ = 0 + F \cdot |BC| = Fl$$

lub wzdłuż odcinka AC:

$$W = W_{AC} = F \cdot |AC| \cdot \cos 45^\circ = F \cdot \sqrt{2}l \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = Fl$$



Z warunku równowagi momentów sił wynika, że  $F=Q/2$ , a zatem:

$$W = Fl = \frac{mg}{2} \cdot l \approx 400 \text{ J}$$

Dodatkową trudnością w trzeciej metodzie jest konieczność obliczenia wartości siły  $\vec{F}$ . Niektórzy ze zdających mylili się w sposobach rozwiązania. Należało pamiętać, że w metodzie opartej o zmiany energii potencjalnej (lub pracy siły grawitacji) patrzymy na położenie końcowe i początkowe punktu środka masy deski, natomiast w metodzie opartej na definicji pracy siły  $\vec{F}$  bierzemy pod uwagę tor łączący położenie początkowe i końcowe punktu zaczepienia liny (punktu przyłożenia siły  $\vec{F}$ ) do deski. Ponadto zdający często nie potrafili poprawnie wykonać rysunków z właściwie przyłożonymi wektorami sił i prawidłowo zaznaczonymi kątami. Poziom wykonania tego zadania wyniósł 20%.

Poniżej przykłady rozwiązań zdających zawierających omówione problemy.

Przykład 1.

$W = F \cdot \Delta x$   
 $W = 200 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 800 \text{ J}$   
 $F = F_c$   
 $F_c = mg$   
 $F_c = 20 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 200 \text{ N}$   
 $m = 20 \text{ kg}$   
 $l = 4 \text{ m}$   
 $\Delta x = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r$   
 $x = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 4 \text{ m} = 2\pi \text{ m}$   
 Praca siły przyjdzie drogę równą długości deski  
 $x = 4 \text{ m}$   
 Deska pokona drogę  $\frac{1}{4}$  okręgu

Zdający zapisuje wzór na pracę, przy czym nie określa, czym jest  $\Delta x$ . Z dalszych zapisów wnioskujemy, że zdający myli tor, jaki pokonuje punkt przyłożenia siły z torem ruchu pracownika. Ponadto zdający błędnie określił wartość siły  $F$ , przyrównując ją do ciężaru deski (u zdającego  $F_c$ ).

Przykład 2.

$W = F \cdot s$   
 $W = F \cdot \frac{\pi r}{2}$   
 $r = \frac{1}{2} l$  - długość deski  
 $W = \frac{1}{2} \cdot 200 \text{ N} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{200 \text{ N} \cdot \pi}{4} = 50 \pi \text{ N}$   
 $s = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r$   
 $s = \frac{\pi r}{2}$

W powyższym przykładzie rozwiązania zdającego widzimy szereg nieprawidłowości. Po pierwsze zdający nie określa, czym dla niego jest siła  $F$ . Nie wiadomo, czy  $F$  oznacza tam ciężar deski, czy siłę, z jaką pracownik działa na deskę – to rozróżnienie jest ważne, ponieważ wartości tych sił są różne oraz różne są drogi punktów przyłożenia tych sił. Po drugie, z zapisów wynika (sposób obliczenia długości ćwierć-okręgu), że zdający chce obliczyć pracę siły  $F$  (nie wiadomo, co oznacza  $F$ ) wzdłuż toru, jaki zakreśla środek masy deski – można by zatem przyjąć, że zdający oblicza pracę siły ciężkości wzdłuż toru zakreślanego przez środek masy deski. Maturzysta jednak nie uwzględnia faktu, że składowa ciężaru styczna do tego toru zmienia się i po prostu mnoży siłę przez długość całego toru. Zdający powinien uwzględnić fakt niezależności pracy w polu grawitacyjnym od kształtu toru i rozważać drogę, jaką przebył środek masy deski w kierunku pionowym.



## Przykład 3.

$$\begin{aligned}
 W &= F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha \\
 W &= 200 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot 0 \\
 \underline{W &= 0}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 F &= m_d \cdot g \\
 F &= 20 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 200 \text{ N}
 \end{aligned}$$

*Handwritten note:  $\cos 90^\circ = 0$  with a diagram of a vertical line and a horizontal line meeting at a right angle.*

W przedstawionym rozwiązaniu ponownie nie ma opisanych wielkości występujących we wzorach. Podkreślimy, że szczególnie w tym zadaniu jest to bardzo ważne, ponieważ mamy do czynienia z różnymi siłami, różnymi drogami jakie przebywają punkty przyłożenia sił oraz różnymi metodami rozwiązań. Przyjrzyjmy się zapisom zdającego. Po pierwsze zapisuje on, że  $F = m_d g$ , co może oznaczać, że  $F$  jest siłą grawitacji lub jest siłą równą sile grawitacji. W drugim przypadku byłby to błąd, ponieważ siła, z jaką pracownik działa na linę, jest równa połowie siły grawitacji. Po drugie identyfikujemy po zapisach maturzysty, że  $\Delta x = 4 \text{ m}$  oraz  $\cos \alpha = 0$ . To wskazuje, że zdający oblicza pracę siły  $F$  tylko wzdłuż poziomego odcinka. Ponadto nie wiemy, czy maturzysta za ten odcinek poziomy uważa rzut toru punktu przyłożenia siły na kierunek poziomy, czy może drogę, jaką przebywa pracownik. W każdym przypadku to błąd, dlatego, że praca powinna być obliczona także wzdłuż odcinka będącego rzutem toru punktu przyłożenia siły na kierunek pionowy.

W zadaniu 6.2. należało obliczyć wartość siły, z jaką pracownik działał na linę, gdy deska tworzyła z poziomym podłożem kąt  $25^\circ$  (a pracownik się zatrzymał).

**Zadanie 6.2. (0–3)**

**Oblicz wartość siły, z jaką pracownik działał na linę, gdy deska tworzyła z poziomym podłożem kąt  $25^\circ$ .**

W tym celu należało zapisać warunek równowagi momentów sił (grawitacji i naciągu liny) względem punktu podparcia deski lub warunek równowagi momentów sił (naciągu liny, reakcji podłoża) względem środka masy deski łącznie z warunkiem równowagi sił. Poniżej przykładowe prawidłowe rozwiązania.

Sposób 1.

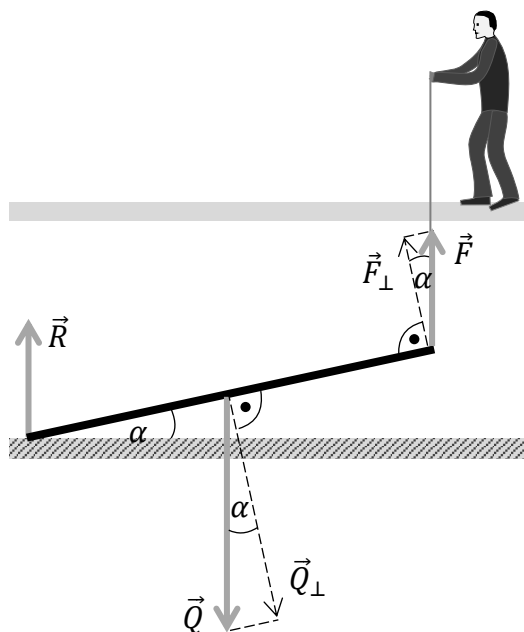
Korzystamy z warunku równowagi momentów sił względem punktu podparcia deski:

$$\begin{aligned}
 \frac{l}{2} \cdot Q_{\perp} &= l \cdot F_{\perp} \\
 \frac{l}{2} \cdot Q \cos \alpha &= l \cdot F \cos \alpha \rightarrow F = \frac{Q}{2} \\
 F &= 98,1 \text{ N} \approx 100 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Sposób 2.

Korzystamy z warunku równowagi momentów sił względem punktu podparcia deski:

$$\begin{aligned}
 \frac{l_{\perp}}{2} \cdot Q &= l_{\perp} \cdot F \rightarrow F = \frac{Q}{2} \\
 F &= 98,1 \text{ N} \approx 100 \text{ N}
 \end{aligned}$$





Sposób 3.

Korzystamy z warunku równowagi momentów sił względem punktu środka masy deski oraz z warunku równowagi sił działających na deskę:

$$\frac{l_{\perp}}{2} \cdot R = \frac{l_{\perp}}{2} \cdot F \quad \text{oraz} \quad R + F = Q \rightarrow R = F \quad \text{oraz} \quad R + F = Q \rightarrow$$

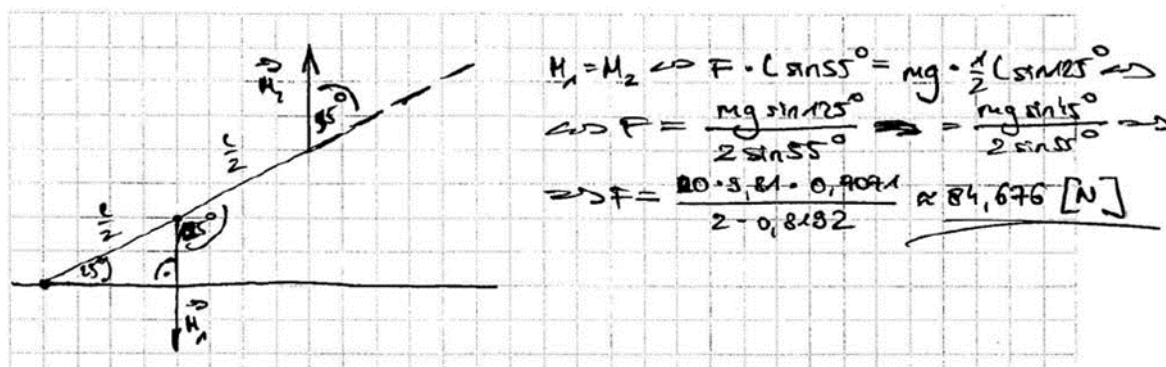
$$2F = Q \rightarrow F = 98,1 \text{ N} \approx 100 \text{ N}$$

Pierwszą fundamentalną trudnością tego zadania było zauważenie, że należy zastosować pierwszą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego deski względem punktu podparcia lub środka masy. Drugą trudnością – o charakterze technicznym, przy założeniu pokonania pierwszej trudności – był prawidłowy zapis wzorów na momenty sił (z uwzględnieniem przyjęcia właściwych kątów lub składowych sił). Zdający często błędnie identyfikowali punkty przyłożenia sił, ramiona sił, kąty między ramieniem a siłą i źle wyodrębniali (lub nie wyodrębniali wcale) składowe sił prostopadłe do deski.

Prawidłowe rozwiązanie zadania wymagało jedynie kilku zapisów: równowagi momentów sił, rozpisania momentów sił i elementarnego obliczenia. Jednak poziom wykonania tego zadania wyniósł tylko 10%.

Poniżej przykłady rozwiązań zdających zawierających rozwiązania błędne, niepełne lub z drobniejszymi usterkami.

## Przykład 4.



The diagram shows a plank of length  $l$  pivoted at its center. A force  $F$  is applied at one end, perpendicular to the plank. The weight  $mg$  acts at the center. The angle between the plank and the horizontal is  $25^\circ$ . The diagram incorrectly labels the angle between the force and the plank as  $125^\circ$  and the angle between the weight and the plank as  $55^\circ$ .

The equations shown are:

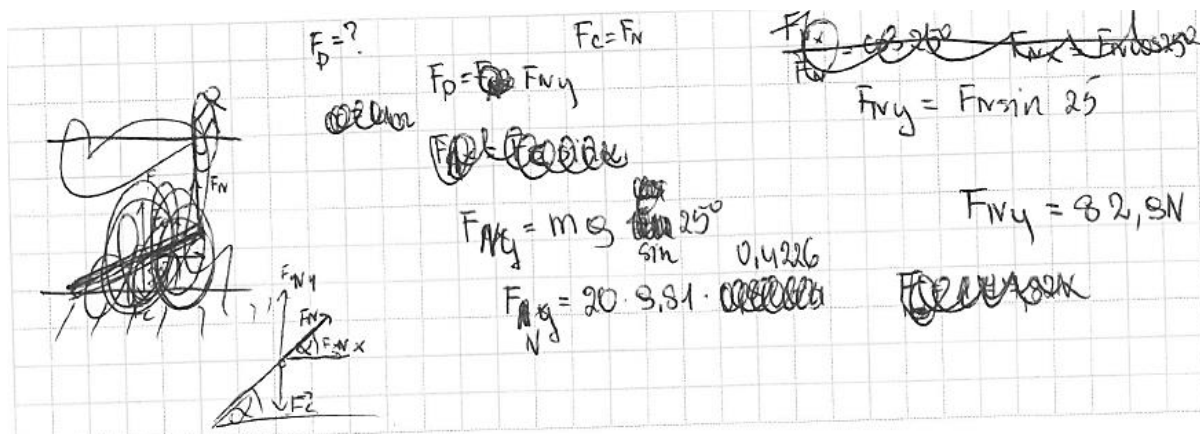
$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow F \cdot l \sin 55^\circ = mg \cdot \frac{l}{2} \cos 125^\circ$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{mg \sin 125^\circ}{2 \sin 55^\circ} = \frac{mg \sin 15^\circ}{2 \sin 5^\circ}$$

$$\Rightarrow F = \frac{20 \cdot 9,81 \cdot 0,9091}{2 \cdot 0,8182} \approx 84,676 \text{ [N]}$$

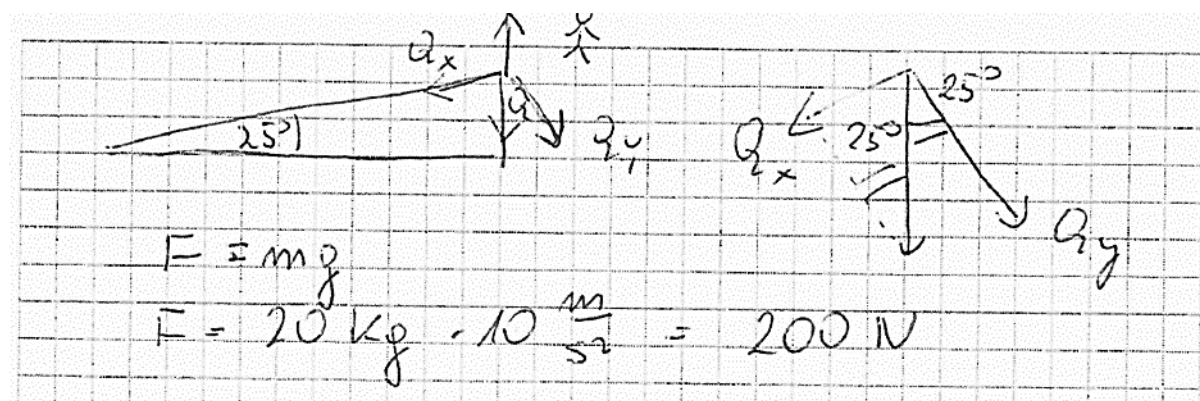
Metoda rozwiązania w prezentowanym przykładzie jest poprawna. Zdający prawidłowo oznacza kąt pomiędzy ramieniem siły (ciężkości, napięcia liny) a siłą (ciężkości, napięcia liny), jednak błędnie zapisuje wartości tych kątów (wpisuje odpowiednio  $125^\circ$  oraz  $55^\circ$  zamiast  $115^\circ$  i  $65^\circ$ ). W związku z tą pomyłką zdający nie może zastosować wzorów redukcyjnych sprowadzających sinusy obu kątów do wartości  $\cos 25^\circ$ . Dlatego, w wyniku obliczeń, zdający uzyskuje nieprawidłową wartość siły.

## Przykład 5.



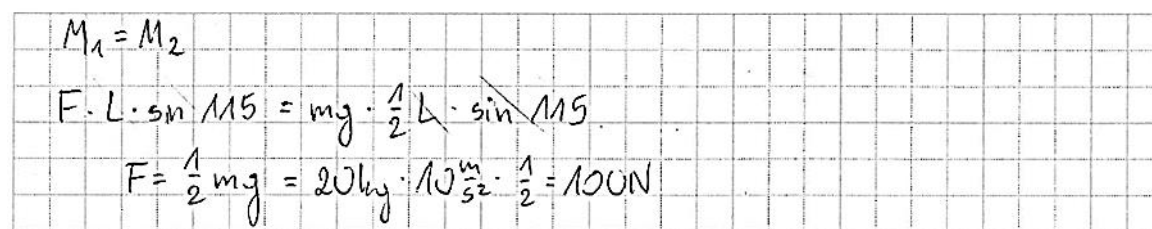
W powyższym przykładzie widzimy bardzo dużo błędów rzeczowych. Po pierwsze zdający nie stosuje warunku równowagi momentów sił. Po drugie zdający źle przykłada siłę grawitacji – przykłada ją w tym samym punkcie co punkt zaczepienia liny. Trzecim błędem jest przyrównanie siły grawitacji do siły napięcia liny (maturzysta zapomina o trzeciej sile – sile reakcji podłoża). Po czwarte na rysunku widać, że oznaczenie kierunku siły napięcia liny jest niezgodne z treścią zadania.

## Przykład 6.



Podobnie jak w przykładzie 5. zdający błędnie przykłada siłę grawitacji do tego samego punktu co siłę napięcia liny. Kolejnym błędem jest przyrównanie siły grawitacji do siły napięcia liny (maturzysta podobnie zapomina o trzeciej sile – sile reakcji podłoża). Zdający nie stosuje także warunku równowagi momentów sił, chociaż rozkłada siłę grawitacji na odpowiednie składowe.

## Przykład 7.



W tym rozwiązaniu zadania widzimy zarówno prawidłową metodę, jak i prawidłowy wynik liczbowy. Zdający jednak błędnie określa kąt pomiędzy zorientowanym ramieniem siły napięcia liny a tą siłą. Maturzysta wpisuje wartość kąta równą 115°, podczas gdy wynosi ona 65°. Błąd ten nie wpłynął na wynik ze względu na własność funkcji sinus:  $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$  ( $\sin 65^\circ = \sin 115^\circ$ ).

Prawidłowy wynik zadania 6.2. okazywał się być pouczający (i dość nieintuicyjny): wartość siły, z jaką pracownik działał na deskę, nie zależała od kąta nachylenia deski – czyli była taka sama przez cały czas podczas podnoszenia deski. Do tego niebanalnego wniosku odnosiło się zadanie 6.3., w którym należało zaznaczyć właściwe dokończenia zdania.

### Zadanie 6.3. (0–1)

**Zaznacz właściwe dokończenie zdania wybrane spośród A–C oraz jego poprawne uzasadnienie wybrane spośród 1.–3.**

Wartość siły, z jaką pracownik działa na linę, utrzymując deskę pod kątem  $50^\circ$  do podłoża, w porównaniu z wartością siły, gdy deska była utrzymywana pod kątem  $25^\circ$ , jest

A.	mniejsza,	ponieważ podczas podnoszenia deski	1.	siła reakcji podłoża działająca na deskę wzrasta.
<input checked="" type="radio"/> B.	taka sama,		2.	jej środek ciężkości jest coraz wyżej.
C.	większa,		<input checked="" type="radio"/> 3.	kierunki i zwroty sił oraz stosunek długości ramion sił się nie zmieniają.

Poziom wykonania tego zadania wyniósł 18%. Zdający w tym zadaniu kierowali się nieuzasadnionymi asocjacjami z życia codziennego. Częste odpowiedzi A1 lub A2 wskazują, że maturzyści mieli skojarzenia „poparte własnymi obserwacjami” z podnoszenia szafy czy belki. Nie wzięli oni jednak pod uwagę innych warunków zadania (wszystkie siły działające na belkę: reakcji podłoża, grawitacji, reakcji liny były skierowane pionowo, a stosunki długości ramion tych sił – względem punktu podparcia lub środka masy – nie zmieniały się).

Zadanie 6.4. było zadaniem zamkniętym typu prawda/fałsz i okazało się najtrudniejszym w arkuszu (poziom wykonania 7%). Sprawdzało ono rozumienie opisanego zjawiska od strony jakościowej (bez obliczeń). Pytania dotyczyły następującej sytuacji.

### Zadanie 6.4. (0–1)

Deskę podniesiono ponownie i w sposób podobny jak w opisie zadania. Tym razem jednak lina była zamocowana w odległości  $3/4$  długości deski od końca spoczywającego na ziemi.

**Oceń prawdziwość każdego dokończenia poniższego zdania. Zaznacz P, jeśli dokończenie zdania jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Gdy porównamy opisany powyżej sposób podnoszenia deski z poprzednim – gdy lina była zamocowana na końcu deski – możemy stwierdzić, że w tej nowej sytuacji

1.	praca (siły, z jaką pracownik działa na deskę) potrzebna do podniesienia deski od pozycji poziomej do pionowej jest taka sama jak poprzednio.	<input checked="" type="radio"/> P	F
2.	wartość siły, z jaką pracownik działa na deskę podczas jej podnoszenia, jest większa niż poprzednio.	<input checked="" type="radio"/> P	F
3.	wartość siły reakcji podłoża, jaka działa na deskę podczas jej podnoszenia, jest mniejsza niż poprzednio.	<input checked="" type="radio"/> P	F

Wszystkie dokończenia zdania są prawdziwe: Zdanie 1. – jest prawdziwe, ponieważ środek masy deski przebywa w pionie tę samą drogę co poprzednio, zatem zmiana energii potencjalnej deski jest taka sama jak poprzednio; zdanie 2. – jest prawdziwe, siła (z jaką pracownik działa na linę) musi być większa niż poprzednio, ponieważ ramię siły się zmniejszyło, a jednocześnie moment tej siły musi być jak za pierwszym razem, gdyż równoważy moment siły grawitacji; zdanie 3. – jest prawdziwe, siła reakcji podłoża będzie mniejsza niż poprzednio, ponieważ siła napięcia liny jest teraz większa niż poprzednio, a suma wartości obu tych sił ma się równać wartości ciężaru deski.

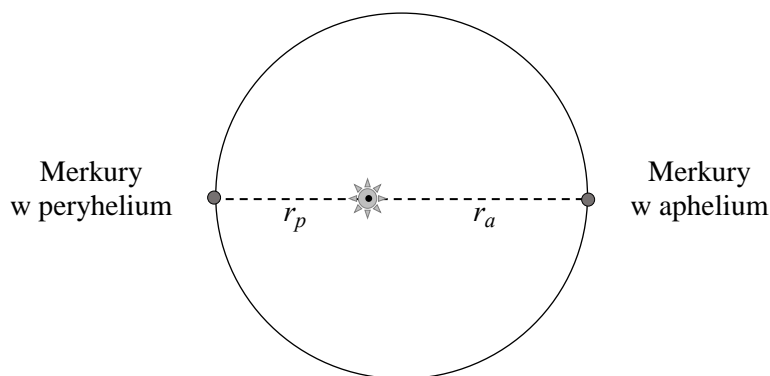
Zdający musiał dokonać oceny prawdziwości całych zdań, które tworzyły logiczną i spójną wypowiedź. Na bardzo niski wynik zadania wpłynęły głównie nieprawidłowe odpowiedzi w trzecim zdaniu, które okazało się dla zdających trudne – choć należało tam zastosować jedynie warunek równowagi sił. Zapominanie o sile reakcji przy warunku równowagi sił było także przyczyną dużej liczby nieprawidłowych rozwiązań zadania 6.2. Brak uwzględnienia siły reakcji podłoża sugerował zdającym przyrównywanie siły napięcia liny do siły grawitacji, zamiast przyrównania do siebie momentów tych sił.

Wszystkie zadania wiązki o numerze 6. wymagały zastosowania podstawowej, bardzo konkretnej wiedzy z mechaniki bryły sztywnej oraz podstawowych umiejętności zastosowania elementarnych metod matematycznych (jak rozkład wektora na składowe i wyznaczenie składowej wektora lub wzory redukcyjne dla funkcji sinus).

Kolejne zadanie, które wypadło słabo, to zadanie 15.2. (poziom wykonania 11%). W tym zadaniu zdający musiał obliczyć prędkość Merkurego w peryhelium orbity okołosłonecznej. We wstępie zadania były zawarte odpowiednie dane oraz dodatkowe objaśnienia pojęć dotyczących ruchu po orbicie eliptycznej, jak peryhelium i aphelium.

### Zadanie 15.

W dniu 9 maja 2016 roku miało miejsce zjawisko astronomiczne – tranzyt Merkurego. Merkury, obserwowany z Ziemi, powoli przesunął się na tle tarczy Słońca. Zjawisko trwało około 7,5 godziny. Podczas tranzytu Merkury znajdował się blisko aphelium swojej orbity. Aphelium jest punktem na orbicie planety, który leży w największej odległości od Słońca, natomiast peryhelium jest punktem na orbicie planety leżącym najbliżej Słońca (zobacz rysunek poniżej). Aphelium orbity Merkurego znajduje się w odległości  $r_a = 0,467$  jednostki astronomicznej od środka Słońca, a Merkury, przechodząc przez aphelium, porusza się z prędkością  $38,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  względem Słońca. Różnica odległości Merkurego od środka Słońca w aphelium i peryhelium jest równa 0,159 jednostki astronomicznej.



Wektor prędkości planety w każdym z tych punktów (peryhelium i aphelium) jest prostopadły do promienia wodzącego – łączącego środek Słońca z planetą.

### Zadanie 15.2. (0–3)

**Oblicz prędkość liniową Merkurego względem Słońca, gdy znajduje się on w peryhelium.**

W jednej z metod rozwiązania zadania możesz wykorzystać do obliczeń masę Słońca równą  $1,99 \cdot 10^{30}$  kg oraz wartość jednostki astronomicznej, wynoszącą  $1,50 \cdot 10^{11}$  m.

W celu rozwiązania zadania najprościej było zastosować zasadę zachowania momentu pędu punktu poruszającego się względem ustalonego centrum pod działaniem siły skierowanej do tego centrum (tutaj siły grawitacji skierowanej do Słońca). Należało zatem skorzystać z zasady zachowania momentu pędu i przyrównać do siebie momenty pędu Merkurego względem Słońca w punktach aphelium i peryhelium. Równoważną powyższej metodą było skorzystanie z II Prawa Keplera. Poniżej przykładowe prawidłowe rozwiązanie wykorzystujące zasadę zachowania momentu pędu.

Na podstawie danych w tekście zadania i rysunku określamy odległość środka Słońca do punktu aphelium i perihelium orbity Merkurego:

$$r_a = 0,467 \text{ au} \quad r_p = 0,467 \text{ au} - 0,159 \text{ au} = 0,308 \text{ au}$$

Korzystamy z zasady zachowania momentu pędu punktu materialnego (tutaj środka masy Merkurego) w ruchu względem punktu centrum (tutaj środka Słońca), gdy działa na niego siła skierowana do tego punktu:

$$p_a r_a = p_p r_p$$

gdzie  $p_a$  oraz  $p_p$  są pędami Merkurego względem Słońca, odpowiednio w punktach aphelium i perihelium. Wykonujemy obliczenia:

$$m v_a r_a = m v_p r_p \rightarrow v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a \rightarrow v_p = \frac{0,467 \text{ au}}{0,308 \text{ au}} \cdot 38,9 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 58,98 \frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 59 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Przykłady 8. i 9. prezentują prawidłowe rozwiązania z wykorzystaniem zasady zachowania momentu pędu lub równoważnego temu II prawa Keplera (prawa pól).

Przykład 8.

$$L_a = L_p$$

$$m \cdot v_a \cdot r_a \cdot \sin 90^\circ = m \cdot v_p \cdot r_p \cdot \sin 90^\circ$$

$$v_a \cdot r_a = v_p \cdot r_p$$

$$v_p = \frac{v_a \cdot r_a}{r_p} = \frac{v_a \cdot r_a}{r_a - 0,159} = \frac{38,9 \cdot 0,467}{0,467 - 0,159} = \underline{\underline{58,94 \text{ km/s}}}$$

Przykład 9.

Z drugiego prawa Keplera wiemy, że promień nachylenia w tym samym czasie zawsze to samo pole, jeżeli rasi ten jest krótszy, możemy puzpi, że Merkury porusza się po elipsie o promieniu wewnętrznym dłuższej odległości od Słońca. Wtedy

$$P = \frac{1}{2} v_a \cdot r_a = \frac{1}{2} v_p \cdot r_p \quad \left( \begin{array}{l} \text{promienie tych} \\ \text{dla Słońca} \\ \text{wtedy} \end{array} \right)$$

$$v_p = \frac{v_a \cdot r_a}{r_p} = \frac{0,467 \text{ au} \cdot 38,9 \text{ km/s}}{0,308 \text{ au}} = \underline{\underline{59 \text{ km/s}}}$$



Rozwiązanie w przykładzie 9. jest prawidłowe, choć występują w nim drobne usterki. Po pierwsze zbędna jest tam uwaga o okręgu w drugim zdaniu, a po drugie – we wzorach na pole zakreślane przez promień wodzący w krótkim czasie  $\Delta t$  (w aphelium i peryhelium) powinien być czynnik mnożący  $\Delta t$ , który skraca się dopiero po przyrównaniu pól.

Poniżej z kolei przykład rozwiązania nieprawidłowego.

Przykład 10.

$$r_a = 0,467 \text{ AU} = 0,7005 \cdot 10^{11} \text{ m} = 7,005 \cdot 10^7 \text{ km}$$

$$r_p = 0,308 \text{ AU} = 4,62 \cdot 10^7 \text{ km}$$

$$v_a = 38,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$\frac{v_a}{r_a} = \frac{v_p}{r_p}$$

$$\frac{38,9}{7,005 \cdot 10^7} = \frac{v_p}{4,62 \cdot 10^7}$$

$$v_p \approx 25,65 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Zdający zamiast napisać równość iloczynów odpowiednich prędkości i odległości, zapisuje ich ilorazy i błędnie przyjmuje równość tych ilorazów w aphelium i peryhelium.

Część rozwiązań tego zadania była bardzo skrótowa – zdający zapisywali po prostu równanie  $v_a r_a = v_p r_p$ , nie wyjaśniając, skąd ono się bierze: czy ze skrócenia masy w równaniu zasady zachowania momentu pędu, czy ze skrócenia czynnika  $\frac{1}{2}$  po przyrównaniu zakreślonych przez promień wodzący planety pól w tym samym krótkim czasie, podczas przejścia przez aphelium i peryhelium. Pomimo zapisu w instrukcji dla zdających na pierwszej stronie arkusza „W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku” zdający często przedstawiali rozwiązania niepełne, nie odwołując się do praw i zasad fizyki. Takie niepełne rozwiązania mogą obniżać punktację mimo uzyskania poprawnego wyniku końcowego.

Inną, bardziej pracochłonną metodą rozwiązania zadania było wykorzystanie zasady zachowania energii mechanicznej – w tym celu należało przyrównać energie mechaniczne Merkurego w punktach aphelium i peryhelium ([kliknij, aby zobaczyć rozwiązanie w zasadach oceniania](#)).

Największymi trudnościami dla zdających okazały się: po pierwsze – zdanie sobie sprawy z tego, że Merkury nie porusza się po orbicie kołowej; po drugie – dostrzeżenie w zjawisku zasady zachowania momentu pędu lub energii. Ponieważ orbita Merkurego nie jest kołowa, to do ścisłych obliczeń nie można było korzystać ze wzorów dynamiki ruchu po okręgu – należało poszukać innych metod rozwiązania. Niestety wiele nieprawidłowych prób rozwiązań zadania bazowało na zapisaniu siły grawitacji działającej na Merkurego w peryhelium jako siły dośrodkowej w ruchu o promieniu równym odległości do peryhelium. Niektórzy ze zdających zapisywali nawet takie „uzasadnienia”, że fragmenty elips w peryhelium i aphelium można przybliżać do wycinków okręgów o promieniach równych małej i dużej półosi elipsy. To są poważne błędy rzeczowe. Wzór na siłę dośrodkową (i przyspieszenie dośrodkowe) jest słuszny tylko dla ruchu po okręgu, a Merkury nie porusza się po orbicie kołowej tylko eliptycznej. Zdający powinni zdawać sobie sprawę z tego, że Merkury ma w punkcie peryhelium prędkość większą od prędkości, jaka byłaby potrzebna dla ruchu po orbicie kołowej o promieniu  $r_p$ , ponieważ po minięciu peryhelium, aż do aphelium, Merkury oddala się od Słońca. Ponadto polecenie w zadaniu brzmi „oblicz” a nie „oszacuj”. W przypadku zastosowania tej błędnej metody dla takich orbit, że odległość od Słońca do peryhelium jest kilkadziesiąt razy mniejsza niż do aphelium (np. orbita komety Halleya), otrzymane wyniki bardzo odbiegałyby od rzeczywistych wartości.

## Przykład 11.

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{G M m}{r^2} \quad F_g = F_d$$

$$v = \sqrt{\frac{G M}{r}}$$

$$a - p = 9159 \quad a = 9467$$

$$p = a - 9159 = 9467 - 9159 = 308$$

$$308 - x = 15 \cdot 10^4 \text{ m} \quad x = 9467 \cdot 10^4 \text{ m} = 9,467 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{1,99 \cdot 10^{30} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{9,467 \cdot 10^{10}}} = \sqrt{\frac{13,3 \cdot 10^{19}}{9,467 \cdot 10^{10}}} = \sqrt{1,4 \cdot 10^9} \approx 3,74 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$= 954 \cdot 10^3 = 9,54 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Odp. W linii Merkurego w peryhelium to  $v = 9,54 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

Zdający popełnia omówiony powyżej błąd, ponieważ przyrównuje siłę grawitacji do siły dośrodkowej, jaka działałaby w ruchu po okręgu o promieniu równym odległości od środka Słońca do peryhelium. Przypomnijmy, że Merkury porusza się po elipsie i oddala się od Słońca po przejściu przez peryhelium – zatem prędkość Merkurego musi być większa od tej obliczonej w przykładzie 11.

Kolejnym bardzo trudnym dla zdających było zadanie 9.1. (poziom wykonania 12%). Sprawdzało ono bardzo elementarną wiedzę z dynamiki, w szczególności dynamiki ruchu krzywoliniowego. Poniżej treść zadania oraz prawidłowe rozwiązanie oznaczone kolorem zielonym.

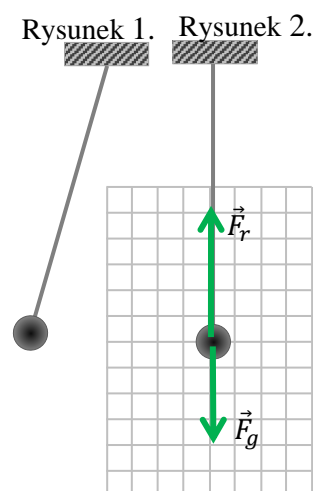
**Zadanie 9.**

Kulę o promieniu 40 cm zawieszono na linie o długości 6 m. Następnie układ wychylnono o pewien kąt i puszczo swobodnie. Rysunek 1. przedstawia sytuację w chwili, gdy kula jest wychylona maksymalnie względem pionu, natomiast rysunek 2. – gdy kula przechodzi przez najniższy punkt toru (a lina – przez położenie pionowe).

**Zadanie 9.1. (0–1)**

Przyjmij, że na kulę działają dwie siły:  $\vec{F}_r$  – siła reakcji napiętej liny,  $\vec{F}_g$  – siła grawitacji. Pomiń siłę oporu powietrza. Analizę przeprowadź w układzie odniesienia związanym z Ziemią i przyjmij, że jest on inercjalny.

Na rysunku 2. – czyli w chwili, gdy kula przechodzi przez najniższy punkt toru – dorysuj wektory tych sił wraz z ich oznaczeniem. Zachowaj relacje (większy, mniejszy, równy) między wartościami sił i zapisz poniżej tę relację – wstaw jeden ze znaków:  $>$ ,  $=$ ,  $<$ .



$$F_r > F_g$$

Zadanie sprawdzało znajomość zasad dynamiki. Torem ruchu kuli jest łuk okręgu, zatem w całym ruchu wektor przyspieszenia kuli musi mieć składową dośrodkową – w kierunku liny. W chwili przejścia przez najniższy punkt łuku okręgu, gdy obie siły mają kierunek pionowy, kula ma tylko przyspieszenie dośrodkowe w kierunku pionowym i zwrocie do góry. Zatem wypadkowa z sił reakcji i grawitacji też jest pionowa i zwrócona do góry – wypadkowa tych sił pełni rolę siły dośrodkowej. Z tego powodu wartość siły reakcji liny jest większa od wartości siły grawitacji.

Zasadniczą trudnością zadania było zauważenie, że kula porusza się po łuku okręgu, z czego wynika, że siła wypadkowa w najniższym punkcie toru musi być siłą dośrodkową. Najczęstszym nieprawidłowym rozwiązaniem było narysowanie sił o równych wartościach i wpisanie znaku równości pomiędzy wartościami sił. To dosyć poważny błąd rzeczowy: w ruchu krzywoliniowym wypadkowa siła nigdy nie wynosi zero, ponieważ zgodnie z drugą zasadą dynamiki chwilowa zmiana wektora prędkości w czasie ma kierunek i zwrot siły wypadkowej. Można podejrzewać, skąd brał się ten częsty błąd. Otóż zdający zapewne potraktowali – co błędem nie jest – ruch wahadła po łuku okręgu jako przybliżenie do ruchu oscylatora harmonicznego po odcinku prostym. W istocie, w ruchu oscylatora po odcinku prostym siła wypadkowa przy przejściu przez położenie środkowe wynosi zero, co odpowiada w ruchu po łuku okręgu temu, że przy przejściu przez najniższy punkt toru składowa pozioma siły wypadkowej wynosi zero (ponieważ cała siła wypadkowa jest skierowana pionowo do góry).

Kolejnymi, spośród najtrudniejszych zadań z działu mechaniki były zadania 12.2. i 12.3. dotyczące zjawiska fali stojącej na strunie. Zadanie 12.2. było wręcz elementarne – zdający miał obliczyć największą długość fali stojącej możliwej do wytworzenia na strunie o zadanej długości.

#### **Zadanie 12.**

Napięta stalowa struna ma długość 90 cm. Jej oba końce są unieruchomione tak, że naprężenie i długość struny (tzn. odległość pomiędzy jej końcami) się nie zmieniają. Strunę kilkakrotnie pobudzano do drgań w różny sposób, w rezultacie uzyskiwano fale stojące o różnych częstotliwościach.

#### **Zadanie 12.2. (0–1)**

**Wyznacz największą długość fali stojącej możliwej do wytworzenia na tej strunie.**

Należało użyć podstawowej własności fali stojącej z unieruchomionymi końcami: krotność połowy długości fali stojącej jest równa długości struny ( $n \cdot \frac{\lambda}{2} = d$ ). Na podstawie tej własności wnioskuje się, że największa długość fali stojącej na strunie jest równa dwukrotnej długości struny. Poniżej przykładowe prawidłowe rozwiązanie zadania.

$$n \cdot \frac{\lambda_n}{2} = d \quad \rightarrow \quad \lambda_n = \frac{2d}{n} \quad \rightarrow \quad \lambda_{max} = \lambda_1 = \frac{2d}{1} \quad \rightarrow \quad \lambda_{max} = 180 \text{ cm}$$

Niski poziom wykonania tego elementarnego zadania (22%) pozwala wnioskować o tym, że wielu zdających nie знаło podstawowej własności fali stojącej z węzłami na obu jej końcach.

Podobnie niski poziom wykonania miało zadanie 12.3 (20%).

#### **Zadanie 12.3. (0–2)**

Dwie kolejne częstotliwości fal stojących, uzyskanych w tym doświadczeniu, to przykładowo 450 Hz oraz 675 Hz.

**Udowodnij, że możliwe na tej strunie jest wytworzenie fali stojącej o częstotliwości 1575 Hz.**

W dowodzie należało wykorzystać fakt, że częstotliwość fali stojącej (z węzłami na obu końcach) jest wielokrotnością pewnej częstotliwości podstawowej, a ponadto różnica dwóch kolejnych częstotliwości jest równa częstotliwości podstawowej i wynosi 225 Hz. Poniżej przedstawiono przykładowe rozwiązanie odwołujące się do obydwu tych własności.

Korzystamy ze wzoru na częstotliwość drgania  $n$ -tej składowej harmonicznego dla struny z unieruchomionymi końcami i zauważamy, że różnica kolejnych częstotliwości jest stała i równa częstotliwości pierwszej składowej harmonicznego:

$$f_n = n f_1 \quad \rightarrow \quad f_n - f_{n-1} = n f_1 - (n-1) f_1 = f_1 \quad \rightarrow \quad f_1 = 675 \text{ Hz} - 450 \text{ Hz} = 225 \text{ Hz}$$



Sprawdzamy, czy możliwe jest wytworzenie drgania o częstotliwości 1575 Hz:

$$1575 \text{ Hz} = k f_1 = k \cdot 225 \text{ Hz} \rightarrow k = 7$$

Korelacja wyników elementarnego zadania 12.2. oraz nieco bardziej złożonego zadania 12.3. świadczy o tym, że najprawdopodobniej niski poziom wykonania obu zadań wynikał z braku podstawowej wiedzy o falach stojących. Ponadto wiele rozwiązań przedstawianych było w sposób niewyczerpujący, bez żadnych komentarzy oraz objaśnień i brakiem odwołania się do związku pomiędzy  $n$ -tą częstotliwością drgania a częstotliwością podstawową lub równoważnym zapisem zależności między częstotliwością i długością fali wraz z warunkiem na długość fali stojącej na strunie.

Poniżej, kursywą, zapisano przykłady bardzo „minimalistycznych”, niepełnych rozwiązań (bez żadnego komentarza i objaśnień), jakie pojawiły się w arkuszach zdających:

Przykład 12.

$$7 \cdot 225 \text{ Hz} = 1575 \text{ Hz}$$

W przykładzie tym nie opisano skąd wzięła się wartość 225 Hz (zamiast wyznaczyć ją z danych, wykorzystano tezę), a także nie odwołano się do własności, że różnica kolejnych częstotliwości jest równa częstotliwości drgania podstawowego.

Przykład 13.

$$1575 \text{ Hz} : 450 \text{ Hz} = 7/2$$

Zapis powyżej nie przedstawia pełnego dowodu. Nie odwołano się do związku między częstotliwością a częstotliwością podstawową, np. takimi zapisami:  $1575 \text{ Hz} = k f_1$ ,  $450 \text{ Hz} = m f_1$  oraz  $675 \text{ Hz} = l f_1$  dla naturalnych  $k$ ,  $m$ ,  $l$ . Dopiero przy takich zapisach można wnioskować, że liczniki i mianowniki odpowiednich ułamków są numerami składowych harmonicznymi. Ponadto odwołano się do tezy w dowodzie, a także nie sprawdzono, czy druga dana jest zgodna (konsekwentnie w metodzie dowodu zdającego powinny znaleźć się zapisy  $\frac{1575 \text{ Hz}}{675 \text{ Hz}} = \frac{7}{3}$  oraz  $\frac{675 \text{ Hz}}{450 \text{ Hz}} = \frac{3}{2}$ ).

Przykład 14.

$$2 \cdot 450 \text{ Hz} + 675 \text{ Hz} = 1575 \text{ Hz}$$

To rozwiązanie nie przedstawia dowodu.

Przykład 15.

$$2 \cdot 225 \text{ Hz} = 450 \text{ Hz}; 3 \cdot 225 \text{ Hz} = 675 \text{ Hz}; 7 \cdot 225 \text{ Hz} = 1575 \text{ Hz}$$

To rozwiązanie, choć bardzo oszczędne w komentarzu, jest prawidłowe – ukazano związek wszystkich częstotliwości z częstotliwością podstawową, natomiast dwa pierwsze równania można potraktować jako wykorzystanie faktu, że 450 Hz i 675 Hz są kolejnymi drganiami (drugim i trzecim)

Przykład 16.

*W strunie może powstać drganie o tej częstotliwości ponieważ  $1575 \text{ Hz} = 7 \cdot 225 \text{ Hz}$*

W tym rozwiązaniu nie wykazano, skąd w zapisie pojawia się wartość 225 Hz.

Zaznaczmy, że polecenie w zadaniu brzmi „Udowodnij [...]”. To oznacza, że należy dowieść tezy na podstawie danych i założeń w zadaniu. Przejście od danych i założeń do tezy, w przypadku dowodu o charakterze fizycznym, wymaga logicznie wynikających z siebie kroków pośrednich, w których należy powoływać się na znane prawa lub zależności fizyczne. W zadaniu 12.3. zdający musi powołać się w dowodzie na związek pomiędzy częstotliwością  $n$ -tej składowej harmonicznnej i pierwszej

składowej harmonicznej fali stojącej z węzłami na obu końcach (to ważne, bo są także fale stojące z węzłem i strzałką na końcach oraz z dwoma strzałkami na końcach). To z tej zależności wynika właśnie, że różnica pomiędzy częstotliwościami kolejnych składowych harmonicznych dla fali stojącej z węzłami na końcach jest równa częstotliwości drgania podstawowego czyli 225 Hz. (Na przykład dla fali stojącej innego typu – z węzłem i strzałką na końcach tak nie będzie. Różnica częstotliwości kolejnych składowych harmonicznych – dla fali stojącej z węzłem i strzałką na końcach – byłaby równa w takim przypadku dwukrotnej częstotliwości drgania podstawowego). Oceniając powyższe przykłady nie można zakładać, że zdający w pamięci powołują się na prawo fizyczne (tutaj, wspomniany powyżej, kluczowy związek pomiędzy częstotliwością  $n$ -tej składowej harmonicznej i pierwszej składowej harmonicznej fali stojącej z węzłami na obu końcach), a potem – po tym pamięciowym powołaniu się na prawo – także w pamięci odejmują lub dzielą przez siebie odpowiednie liczby. Takie „dowody” nie mogą być uznawane.

Omówione powyżej zadania można było rozwiązać po opanowaniu przez zdających pierwszego celu ogólnego zapisanego w *Podstawie programowej*. Większość z tych zadań sprawdzała właśnie to wymaganie – niezbędne do spełnienia wymagań trudniejszych, jak budowanie modeli zjawisk. W pozostałych zadaniach w arkuszu do pełnego rozwiązania również należało znać i umieć wykorzystać pojęcia i prawa fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. Wszystkie przedstawione zadania dotyczyły bardzo typowych, prostych – tzn. mało złożonych – sytuacji (podnoszenie belki, ruch wahadła, ruch planety po orbicie, drgania struny).

### 3. Wnioski i rekomendacje

1. Z analizy rozwiązań zdających wynika, że największą trudność sprawiły maturzystom zadania złożone, w których zdający musi wykazać się umiejętnością wykorzystania kilku zależności lub praw fizycznych. Oprócz tego, duże trudności sprawiają zdającym zadania o małym stopniu złożoności, ale takie, w których należy zastosować jakieś prawo lub zależność, tylko w nowym dla zdających kontekście. Niski poziom wykonania zadań złożonych lub nietypowych oznacza, że część maturzystów nie w pełni zna pojęcia i prawa fizyki lub nie posiada umiejętności wykorzystania tych pojęć i praw do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. Werbalna znajomość praw i wzorów nie świadczy o ich rozumieniu. Taka wiedza może wystarczać jedynie do rozwiązywania zagadnień typowych. W zagadnieniach nietypowych często pojawiają się u zdających nieuzasadnione skojarzenia z innymi zagadnieniami lub nieuzasadnione uogólnienia.
2. Wciąż dużym problemem dla zdających jest analiza zjawiska pod kątem możliwości zastosowania w nim danego modelu. To wiąże się ze znajomością zakresu stosowalności wzorów oraz ze znajomością założeń dla danego modelu zjawiska. Model zjawiska fizycznego ma określone założenia, dlatego wzory słuszne w danym modelu mają swój zakres stosowalności. W zadaniu 11.1. z optyki zdający zamiast zwyczajnie zastosować prawo odbicia, błędnie przyjmowali dla tego zjawiska model zwierciadła sferycznego (błędnie, ponieważ promień biegł daleko od osi optycznej i zastosowanie modelu zwierciadła sferycznego łamało prawo odbicia). Podobnie w zadaniu 15.2. zdający zamiast zastosować zasadę zachowania momentu pędu w celu wyznaczenia prędkości Merkurego w peryhelium orbity eliptycznej, stosowali wzory słuszne tylko dla dynamiki ruchu po okręgu.
3. Kolejnym problemem jest niepełny sposób zapisu rozwiązań zadań. W zadaniach obliczeniowych lub w zadaniach, w których należy wykazaćadaną tezę, zdający często zapisują równania, nie wyjaśniając, skąd one się biorą, nie powołują się na prawa fizyczne lub też wprowadzają oznaczenia wielkości, których nie opisują. Przypominamy, że w instrukcji dla zdających, na pierwszej stronie arkusza, w pkt. 3 jest zalecenie: „W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku [...]”. Niezależnie od tego w zadaniach często pojawiają się przypominające o tej konieczności polecenia, jak np.: „Powołaj się na odpowiednie zależności”. Opisane powyżej mankamenty szczególnie przejawiały się w zadaniach: 8.3., 12.3., 15.2.

4. Podobnie jak w ubiegłych latach, zdający słabo radzą sobie z zadaniami, w których należy udowodnić jakieś stwierdzenie. Prawidłowy dowód powinien polegać na pokazaniu logicznie wynikających z siebie kroków pośrednich, prowadzących z założeń i danych do tezy. Każdy etap dowodu, w którym pojawiają się związki inne niż dane bezpośrednio w zadaniu, wymaga powołania się na znane prawo lub zależność fizyczną związaną z danym zjawiskiem. Takie rozwiązania zdających, w których nie powołano się na żadne prawo fizyczne, mogą być uznane za operacje algebraiczne na liczbach, mające na celu uzyskać żadaną wartość z danych. Innym rodzajem błędów w zadaniach – o czym pisaliśmy szerzej w sprawozdaniu w ubiegłym roku – jest tzw. „błędne koło”, czyli wykorzystanie tezy w dowodzie lub przyjęcie nieuzasadnionych założeń.
5. Poziom wykonania wszystkich zadań obliczeniowych w arkuszu wyniósł tylko 28%, a poziom wykonania zadań nieobliczeniowych – 41%. To wskazuje, że poprawne wykonywanie rachunków jest dla zdających trudnością, szczególnie wtedy, gdy w obliczeniach pojawiają się duże i małe liczby. Widać to na przykładzie tych zadań, których rozwiązanie wymagało podstawień odpowiednich wartości do jednego krótkiego wzoru lub do układu równań (zadania: 10.3., 13.4., 15.2.). Zdający rzadko stosują poprawną, wygodną dla rachunków notację, w której liczby zapisywane są przy pomocy potęgi liczby 10. Inną grupę błędów obliczeniowych stanowią błędy w algebraicznych przekształceniach wzorów i układów równań. W rozwiązaniach zadań rachunkowych zdający nie zwracają uwagi na konieczność sprawdzenia i weryfikacji sensowności i realności otrzymanych wyników obliczeń. Również jednostki pojawiające się w końcowej odpowiedzi często zapisywane są niepoprawnie.
6. Kilka z najtrudniejszych zadań w arkuszu dotyczyło uzupełnień podanych rysunków. Należało tam prawidłowo narysować w odpowiednim miejscu wektory sił (zadanie 2.a, zadanie 9.1.), wektory indukcji magnetycznej (zadanie 2.b), tory ruchu cząstek (zadanie 13.1.) lub dalszy bieg promienia (zadanie 11.1.). Rozwiązanie każdego z tych zadań polegało po prostu na odpowiednim narysowaniu kilku strzałek lub krzywej, dlatego też zadania te mogą być uważane za bardzo proste. Łatwość ich jest jednak tylko pozorna – poziom wykonania grupy tych zadań wyniósł tylko 18%. Te wydawałoby się proste do wykonania czynności (narysowanie odpowiedniej strzałki czy też krzywej) wymagają jednak prawdziwego rozumienia zjawisk – rozumienia na poziomie pozawerbalnym, rozumienia związanego z „dostrzeganiem” fizycznej istoty rzeczy. W zadaniach tego typu nie będzie przydatne werbalne opanowanie regułek opisujących prawa, czy pamiętanie wzorów (które zdający czasem stosują bez zastanowienia). Ten typ zadań dobrze sprawdza, czy zdający potrafi po pierwsze odnaleźć odpowiednie prawo, jakie należy zastosować, i po drugie – czy potrafi z niego skorzystać.
7. Niektóre nieprawidłowe rozwiązania wynikają między innymi z niestosowania się do poleceń. Na przykład w poleceniu zadania 10.1. było napisane: „Narysuj jeden z możliwych schematów obwodu [...]”, a w poleceniu zadania 11.1. było napisane: „[...] dorysuj dalszy bieg jednego z promieni [...]”. Jeśli więc zdający narysował poprawnie dwa lub trzy obwody, lub dorysował poprawnie dalszy bieg obu promieni – to rozwiązanie jest uznawane. Jeżeli jednak narysował on jeden obwód poprawnie, a drugi nieprawidłowo, lub podobnie – narysował prawidłowo dalszy bieg jednego promienia, a bieg drugiego narysował nieprawidłowo – to całe przedstawione rozwiązanie nie może być uznane za prawidłowe.
8. Warto przypomnieć, że zadania na egzaminie maturalnym z fizyki sprawdzają treści zapisane w *Podstawie Programowej z przedmiotu fizyka* w wymaganiach szczegółowych dla: IV etapu na poziomie rozszerzonym, IV etapu na poziomie podstawowym oraz III etapu edukacyjnego. Dlatego rekomenduje się w szczególności, aby przygotowania do matury z fizyki obejmowały zadania złożone i nietypowe wykorzystujące treści poznane w gimnazjum oraz treści z poziomu podstawowego dla IV etapu edukacyjnego.